

## حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

الدرس الاول:

Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un axe fixe

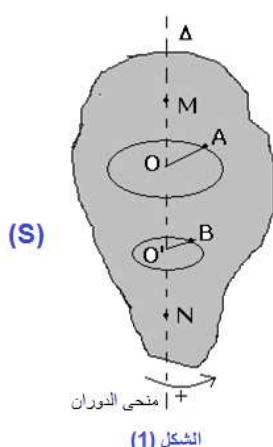
**نشاط تمهيدي : النشاط 1 :**

الحصيلة

\* جسم صلب غير قابل للتشويه هو كل جسم بحيث المسافة بين نقطتين كيما كانتا، لا تتغير مع الزمن.

**\* المسار**

- مسار متحرك هو مجموعة المواقع المتواتلة لهذا المتحرك خلال الزمن
- نقول أن حركة الجسم منحنية إذا كان مساره منحنيا.
- نقول أن حركة الجسم مستقيمية إذا كان مساره مستقيمية.
- نقول أن حركة الجسم دائيرية إذا كان مساره دائريا.

**I- تعريف حركة الدوران حول محور ثابت  $\Delta$** 1- مثال: نعتبر الجسم (S) في حالة دوران حول محور ثابت ( $\Delta$ ).\* النقطتين A و B تتحركان وفق دائرتين مركزتين على المحور ( $\Delta$ ).\* النقطتين M و N المنتسبتين للمحور ( $\Delta$ ) ساكتتين.**2- تعريف**

الشكل (1)

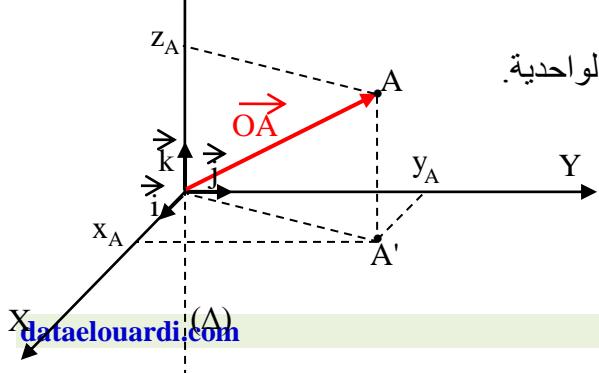
**II - دراسة الحركة الدائرية.****1- معلومة نقطة من جسم صلب في دوران**

لدراسة حركة النقطة من جسم صلب (S)، نختار معلمات متعامداً منتظماً ( $O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ، بحيث تكون المتجهة  $\vec{k}$  منطبقة مع محور الدوران ( $\Delta$ ), و يكون المستوى ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ ) متطابقاً مع مسار النقطة A).

يمكن تعين موضع النقطة A في كل لحظة بمعرفة متجهة الموضع  $\overrightarrow{OA}$ ، بما يلي:

$$\overrightarrow{OA} = x_A \cdot \vec{i} + y_A \cdot \vec{j} + z_A \cdot \vec{k}$$

مع x و y و z إحداثيات النقطة A. و تمثل  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  المتجهات الواحدية.

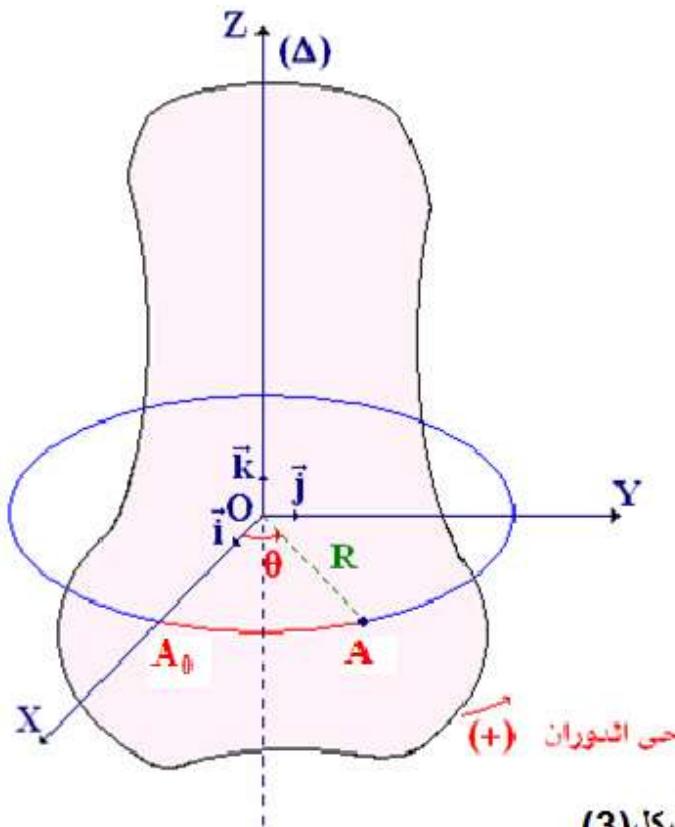


## الشكل (2)

و لتبسيط دراسة الحركة لجسم صلب في دوران، يمكن معلمته النقطة A باستعمال الأقصول الزاوي أو الأقصول المنحني.

## 2- الأقصول الزاوي

نعتبر  $Ox$  اتجاهها مرجعياً، و نوجه مسار النقطة A وفق منحى الحركة.



الشكل (3)

**تعريف :** نسمى الأقصول الزاوي في اللحظة  $t$  القيمة الجبرية للزاوية التي تكونها متوجهة الموضع و محور مرجعي نتخذه أصلاً للأقصول.

عملياً نختار المنحى الموجب المنحى المعاكس لعقارب الساعة.

في الشكل 3 الزاوية  $\theta = \overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OA}$  تمثل الأقصول الزاوي للنقطة المتحركة A عند اللحظة  $t$ , و هو مقدار جبري وحدته في S.I هي الراديان، و يرمز لها ب rad .

## 3- الأقصول المنحني

نعتبر المحور  $Ox$  اتجاهها مرجعياً، و نوجه مسار النقطة A وفق منحى الحركة (الشكل 3).

$$\text{إذ نكتب } s = A_0A$$

**تعريف :** نسمى الأقصول المنحني (s) للنقطة A في اللحظة  $t$  المقدار الجبري  $s = A_0A$  ، حيث 'A' أصل الأقصول المنحني.

$s$  مقدار جبري إشارته تتعلق بتوجيه المسار.

وحدة الأقصول المنحني في النظام العالمي للوحدات هي المتر (m).

#### 4- العلاقة بين الأقصول المنحني و الأقصول الزاوي

نبرهن في الرياضيات أن  $s = R \cdot \theta$  ، حيث  $R$  شعاع المسار الدائري لـ A . ملحوظة :

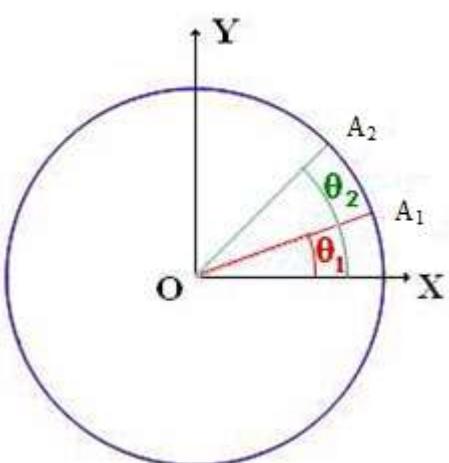
يمكن تحديد العلاقة بين الأقصول المنحني و الأقصول الزاوي، اطلاقاً من :

$$\begin{aligned} 2\pi \text{ (rad)} &\rightarrow 2\pi R \\ \theta &\rightarrow s \end{aligned}$$

$$s = R \cdot \theta \quad \text{فجده}$$

### III- السرعة الزاوية

#### 1- السرعة الزاوية المتوسطة



عندما ينجز الجسم حركة دوران حول المحور ( $\Delta$ ) يكون للنقطة المتحركة A أقصولاً زاوياً  $\theta_1$  عند التاريخ  $t_1$  ثم أقصولاً زاوياً  $\theta_2$  عند التاريخ  $t_2$  :

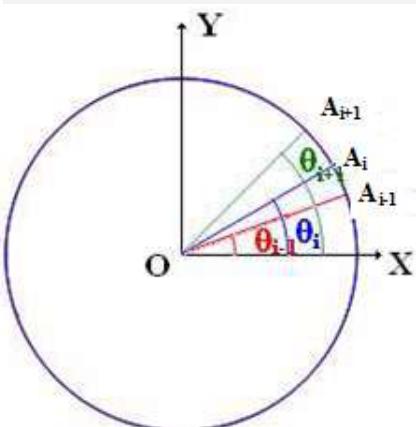
تعريف: السرعة الزاوية المتوسطة  $\omega_m$  للنقطة المتحركة A بين اللحظتين  $t_1$  و  $t_2$  هي :

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

وحدتها في S.I هي الراديان على الثانية:  $\text{rad.s}^{-1}$

#### 2- السرعة الزاوية الحالية

تعريف: السرعة الزاوية الحالية هي خارج قسمة الزاوية التي تكسحها متوجه الموضع على مدة الكسح، بحيث تكون مدة الكسح صغيرة جداً.



نعتبر لحظتين  $t_{i-1}$  و  $t_{i+1}$  جد متقابلين تؤطران اللحظة  $t_i$ ، يكون القوس  $A_{i-1}A_{i+1}$  الذي تقطعه A و القطعة  $[A_{i-1}A_{i+1}]$  متقابلين تقريباً، وبالتالي يكون قياس السرعة الزاوية المتوسطة بين  $t_{i-1}$  و  $t_{i+1}$  يساوي قياس السرعة الزاوية الحالية في اللحظة  $t_i$  تقريباً. فنكتب:

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

عندما نضع:  $\delta t_i = t_{i+1} - t_{i-1}$  و  $\delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_{i-1}$  نكتب:

$$\omega_i = \frac{\delta\theta_i}{\delta t_i}$$

ملحوظة: اتجاه متوجه السرعة  $\vec{V}$  مماس في كل لحظة و المنحى هو منحى الحركة.

#### 3- العلاقة بين السرعة الزاوية و السرعة الخطية.

\* في لحظة معينة تدور جميع نقط الجسم الصلب بنفس السرعة الزاوية

$$V_i = \frac{A_{i+1}A_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\delta s_i}{\delta t}$$

السرعة الخطية  $V_i$  للنقطة المتحركة هي :  
 $V_A(t_i) = r_A \cdot \frac{\delta \theta_i}{\delta t} = r_A \cdot \omega(t_i)$  وذلك  $s_A = r_A \cdot \theta$  ومنه  $\delta s_A = r_A \cdot \delta \theta$

$$V_A(t_i) = r_A \cdot \omega(t_i)$$

**ملحوظة:** كل نقطة من نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت لها نفس السرعة الزاوية ، بينما تختلف السرعة الخطية لهذه النقطة باختلاف المسافة التي تفصلها عن محور الدوران.

#### 4- تمرين تطبيقي (الكتاب المدرسي مسار).

#### IV- حركة الدوران المنتظم.

**1- تعريف:** تكون حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت منتظامة إذا كانت لكل نقطة منه مسارا دائريا و سرعتها الزاوية اللحظية ثابتة:  $\omega = Cte$ .

#### 2- خصيات الدوران المنتظم

##### أ- الدور

الدور هو المدة الزمنية التي ينجذب خلال الجسم دورة كاملة. و نرمز له ب  $T$  ، وحدته هي الثانية (s).

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

و نستنتج أن :

##### ب- التردد

**تعريف:** التردد  $f$  هو عدد الدورات المنجزة خلال ثانية.

$$f = \frac{1}{T}$$

و نكتب :

(  $Hz = s^{-1}$  ) هي الهرتز رمزها Hz. ( S.I )

#### V- المعادلة الزمنية لحركة الدائرية

إذا كان الأوصول الراوبي لنقطة متحركة M من الجسم عند التاريخ  $t$  هو  $\theta$  و عند التاريخ

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = Cte$$

البدئي  $t_0$  هو  $\theta_0$  فإن :

$$\theta = \omega \cdot (t - t_0) + \theta_0$$

تمثل العلاقة المعادلة الزمنية لحركة النقطة M من الجسم، وفي حالة  $t_0 = 0$  نكتب:

$$\theta = \omega \cdot t + \theta_0$$

باعتبار الأوصول المنحني s تكون المعادلة الزمنية لحركة النقطة M:

$$s_M = r_M \cdot [\omega \cdot (t - t_0) + \theta_0]$$

و بذلك :  $s_M(t) = r_M \cdot \theta_M(t)$  و منه:

$$s_M = V_M \cdot (t - t_0) + s_0$$

$$s_M = V_M \cdot t + s_0$$

في حالة  $t_0 = 0$  تكتب المعادلة:

#### VI- تطبيقات