الثانوية الفلاحية جمعة سحيم الأستاذ: المختار الوردي	فرض محـــــروس رقـــــم 3 الـــــدورة الثانية المستوى: الثانية باك علوم زراعية	المادة: فيزياء- كيمياء مدة الإنجاز: التاريخ : 2012 /03/08

ملحوظة: يؤخذ بعين الاعتبار تنظيم ورقة التحرير
يجب أن تعطى العلاقة الحرفية قبل التطبيق العددي
استعمال رقمين معبرين في التطبيقات العددية

الكيميـــــاء: منحى تطور مجموعة كيميائية (نقط)

I- الجزء الأول: الأكسدة المباشرة لفلز

نصب في كأس 20 mL من محلول كبريتات النحاس (II) تركيزه $0{,}20\ mol.L^{-1}$ و 20 mL من محلول كبريتات الزنك (II) له نفس التركيز، ثم نغمر في الكأس صفيحتين من الزنك والنحاس.

نلاحظ : - اختفاء اللون الأزرق من المحلول - توضع طبقة من النحاس على صفيحة الزنك

1-1- أكتب معادلة التفاعل المرتبط بهذا التحول الكيميائي.

1 -2- أعط تعبير خارج التفاعل $Q_{r,i}$ في الحالة البدئية ثم احسب قيمته.

1 -3- قيمة ثابتة التوازن المرتبطة بالتفاعل هي $K = 10^{37}$.

بين أن منحى تطور المجموعة الكيميائية يتوافق مع ملاحظات التجربة السابقة.

II- الجزء الثاني: تطبيق على العمود

2- تحديد قطبية العمود بواسطة معيار التطور

ننجز عمود نحاس - زنك حيث نربط مقصورتين بواسطة قنطرة أيونية مكونة من محلول $(K^+ + Cl^-)$.

تحتوي المقصورة الأولى على 20 mL من محلول كبريتات الزنك (II) السابق مغمور فيه صفيحة من الزنك في حين تحتوي المقصورة الثانية على 20 mL من محلول كبريتات النحاس (II) السابق مغمور فيه صفيحة من النحاس.

2-1 ما هو دور القنطرة الأيونية؟

2-2 بتطبيقك لمعيار التطور التلقائي حدد قطبية العمود و كذا منحى التيار الكهربائي المار في الدارة الخارجية.

2-3 أكتب نصفي معادلتي تفاعل أكسدة - اختزال الحاصل عند كل إلكترود.

2-4 أعط التمثيل الاصطلاحي للعمود.

2 -5- أثناء اشتغال العمود. هل يتكون من مجموعة في حالة توازن أو حالة لاتوازن؟ علل جوابك.

3- تحديد قطبية العمود بواسطة قياس شدة التيار

ننجز دارة كهربائية متوالية متكونة من العمود السابق، موصل أومي مقاومته $10\ \Omega$ وجهاز أمبيرمتر.

3 -1- أرسم تبيانة هذا العمود. و بين منحى حركة مختلف الشحنات الكهربائية

3 -2- أعطى قياس شدة التيار القيمة $I = 100\ mA$. بين كيفية ربط جهاز أمبيرمتر.

3 -3- بين بالحساب البعدي أن الشحنة الكهربائية لها بعد أمبير- ساعة (A.h). و تأكد من المتساوية $1\ A.h = 3600\ C$.

3 -4- نعتبر أن كتلة الإلكترودين توجد بوفرة و أن التحول الكيميائي الذي يحدث أثناء اشتغال العمود كلي.

3 -4 -1- أحسب المدة الزمنية القصوية Δt_{max} لاشتغال العمود. علما أن شدة التيار تبقى ثابتة خلال الإشتغال.

3 -4 -2- أحسب كمية الكهرباء القصوية التي يمكن أن ينتجها العمود.

3 -4 -2- استنتج تغير كتلة إلكترود النحاس Δm.

4- تحديد قطبية العمود بواسطة قياس التوتر

4 -1- نقوم بقياس التوتر بين مربطي العمود المدروس فنجد 1.5 V عندما لا يمر أي تيار كهربائي و 0.5 V بين المقاومة. بين كيفية ربط جهاز الفولطمتر.

5- أحسب المقاومة الداخلية للمولد.

6- أحسب الطاقة الكلية التي يمكن أن يحولها العمود من طاقة كيميائية إلى طاقة الكهربائية.

7- أحسب الطاقة المبددة بمفعول جول في العمود.

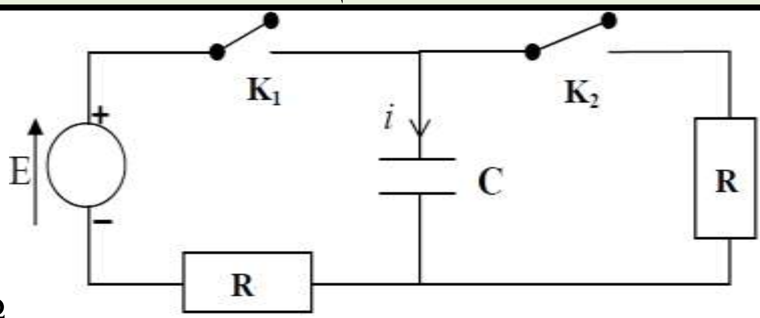
8- استنتج الطاقة النافعة للعمود.

نعطي الفارداي $F = 96500 C$ ، $M(Cu) = 63\ g/mol$.

الفيزيـــــاء: الكهرباء (نقطة)

تستعمل المكثفات لتخزين الطاقة الكهربائية، على شكل فرق جهد، بهدف استرجاعها قصد توظيفها في الدارات الإلكترونية و الكهربائية. جل هذه الاستعمالات مرتبطة بسعة المكثف C و بثابتة الزمن τ.

من أجل التعرف على هذين المقدارين، حاول مجموعة من التلاميذ دراسة ثنائي القطب RC. و ذلك بإنجاز التركيب التجريبي التالي (**الشكل 1**):



$E = 6\ V$ و $R = 1\ k\Omega$

الشكل 1

I- المرحلة الأولى: الاستجابة لرتبة توتر صاعدة

1- نغلق قاطع التيار K_1 عند اللحظة $t = 0$ (K_2 مفتوح).

1- 1- مثل على الشكل (1) التوترات بين مربطي المكثف (u_C) و الموصل الأومي (u_R) و المولد (E).

1- 2- بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$، حيث $\tau = RC$.

1- 3- أعط تعبير $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة و كدا شحنة المكثف $q(t)$.

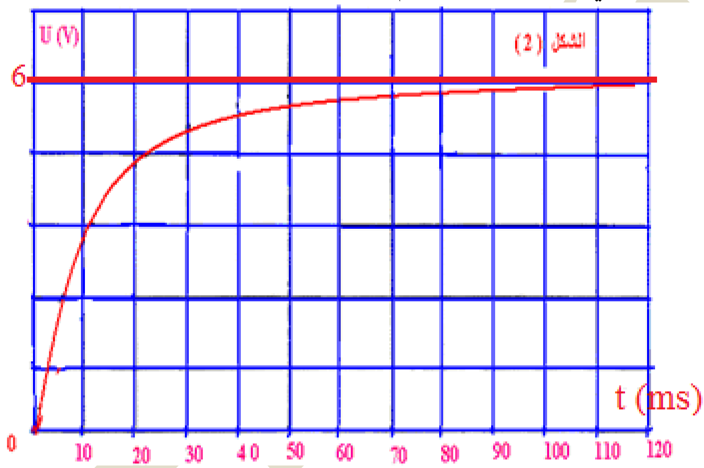
1- 4- أعط تعبير شدة التيار القصوى I_{max} للتيار الكهربائي المار بالدارة الكهربائية بدلالة معطيات التمرين، ثم أحسبها.

2- مكن برنم و وسيط معلوماتي من معاينة التوترين u_C و E بدلالة الزمن.

2- 1- بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم التذبذب لمعاينة التوترين u_C و E.

2- 2- يمثل **الشكل 2** منحنيي التوترين u_C و E بدلالة الزمن. حددهما على الشكل.

2- 3- صنف نظامي اشتغال المكثف باستعمال المصطلحات التالية: * دوري * شبه دوري * دائم * انتقالي مع تحديد التاريخ المحدد لكل نظام. ما هي الظاهرة التي تحدث خلال النظام الأول.



الشكل 2

2- 4- أحسب قيمة ثابتة الزمن τ بطريقتين مختلفتين و استنتج قيمة C.

2- 5- أحسب قيمة التوتر $u_C(t)$ انطلاقا من $t = 5\tau$. تأكد من هذه القيمة مبيانيا و كذا من قيمة C.

2- 6- أعط تعبير المدة $t_{1/2c}$ اللازمة ليأخد التوتر بين مربطي المكثف نصف قيمته القصوية. و أحسب قيمتها.

2- 7- أعط تعبير الطاقة المخزونة في المكثف في لحظة t و مثل شكل منحنى تغيراتها بدلالة الزمن t (نأخذ نفس الشكل 2).

2- 8- أعط تعبير المدة $t_{1/2}'{}_c$ اللازمة لتخزين نصف الطاقة القصوية التي يمكن أن يختزنها المكثف. و أحسب قيمتها. قارنها مع $t_{1/2c}$.

II- المرحلة الثانية: الاستجابة لرتبة توتر نازلة

بعد انعدام شدة التيار الكهربائي نفتح قاطع التيار K_1، ثم نغلق في لحظة نعتبرها مجددا أصلا للتواريخ قاطع التيار K_2. يمثل **الشكل 3** تغيرات u_C بدلالة الزمن.

1- بتطبيق قانون إضافية التوترات: بين أن $u_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}$، حيث $\tau = RC$.

2- استنتج تعبير $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة و كدا شحنة المكثف $q(t)$. علل الإشارة السالبة لشدة التيار القصوية.

3- أحسب قيمة ثابتة الزمن τ بطريقتين مختلفتين و استنتج قيمة C.

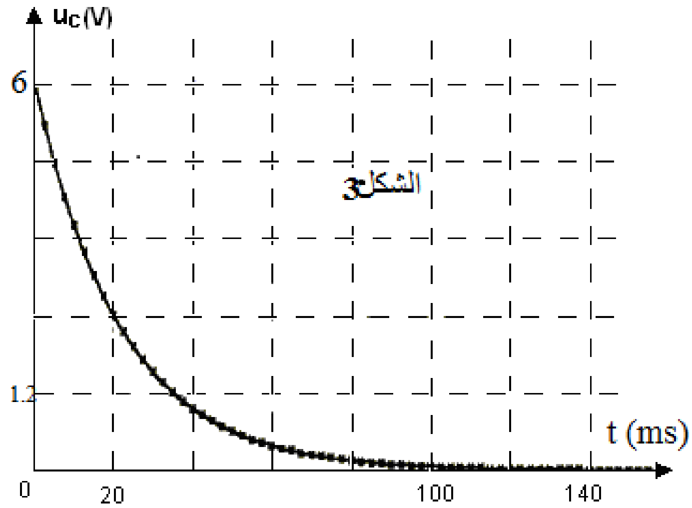
4- أعط تعبير المدة $t_{1/2d}$ اللازمة ليأخد التوتر بين مربطي المكثف نصف قيمته القصوية خلال هذه المرحلة (التفريغ). و أحسب قيمتها.

5- أحسب قيمة التوتر $u_C(t)$ انطلاقا من $t = 5\tau$. تأكد من هذه القيمة مبيانيا و تأكد كذلك من قيمة C.

6- استنتج القيمة القصوية للشحنة Q_{max} و شدة التيار القصوية I_{max}.

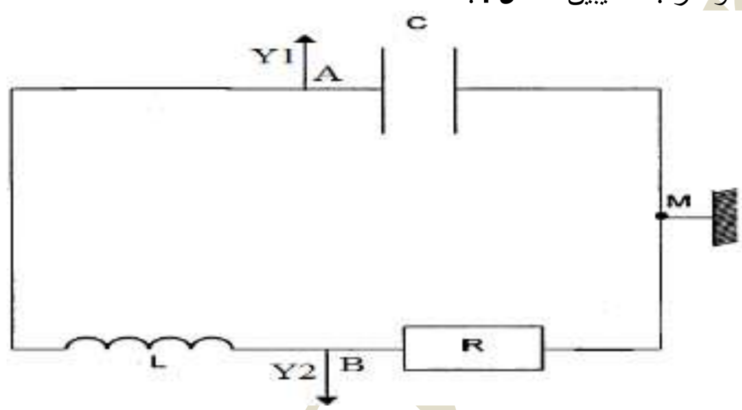
7- أعط تعبير الطاقة المخزونة في المكثف في لحظة t و مثل في **الشكل 3** منحنى تغيراتها بدلالة الزمن t.

8- أعط تعبير المدة $t_{1/2}'{}_d$ اللازمة لكي تنقص الطاقة المخزونة في المكثف إلى نصفها. و أحسب قيمتها.



III- الطريقة الثالثة: تحديد سعة المكثف بدراسة الدارة RLC

نأخذ الآن المكثف السابق مشحونا و نربطه على التوالي مع مقاومة R قابلة للضبط و وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة. فنحصل على دارة RLC متوالية و حرة. كما يبين **الشكل 4**.



الشكل 4

*** الدراسة النظرية**

1- أعط العلاقة بين $q(t)$ و $u_C(t)$ من جهة والعلاقة بين $q(t)$ و $i(t)$ ثم استنتج تعبير $i(t)$ بدلالة $u(t)$.

2- بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر $u_C(t)$ تكتب على شكل:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+2\lambda\frac{du_C(t)}{dt}+\omega_0^2\ u_C(t)=0 \quad \text{حيث} \quad \omega_0=\frac{4\pi}{T_0} \quad \text{و} \quad \lambda=\frac{R}{2L}$$

2- 1- بماذا يرتبط نظام الذبذبات في هذه المعادلة.

2- 2- لهذه المعادلة التفاضلية 3 حلول حسب إشارة مميز المعادلة المميزة التالية: $r^2+2\lambda r+\omega_0^2=0$

2- 2- 1- إذا كان المميز $\Delta'=\lambda^2-\frac{4\pi^2}{T_0^2}=0$ يكون النظام حرجا. حدد تعبير المقاومة الحرجة R_C بدلالة L و C.

2- 2- 2- إذا كان المقاومة $R=0\ \Omega$ كيف تصبح المعادلة التفاضلية في هذه الحالة. بين أن حلها يكتب على شكل: $u_C(t)=E\cos\omega_0 t$ محددا تعبير T_0 بدلالة C و L.

*** الدراسة التجريبية**

3- نستعمل نفس جهاز راسم التذبذب لمعاينة التوترين في النقطتين A و B، فنحصل على منحنيات الشكل 5 بالنسبة ل $R=14\Omega$.

3- 1- ما هما المقداران اللذان نعاينهما في المدخلين Y1 و Y2.

3-2- أحد هذان المقداران يمكننا من معاينة شدة التيار. ما هو؟ علل جوابك.

3- 3- أربط المنحنيين x و y في **الشكل 5** بالتوتر المرافق له.

3- 4- ما هي الظاهرة الملاحظة؟ لماذا لا تحدث أثناء دراسة ثنائي القطب RC أو ثنائي القطب RL؟

3- 5- نعتبر أن شبه الدور T يساوي تقريبا الدور الخاص T_0، باستعانتك بمنحنى **الشكل 5** حدد قيمة سعة المكثف C. نعطي L= 50 H.

3- 5- **الشكل 6** يمثل الطاقة المخزونة في المكثف $\xi_e(t)$ و الطاقة المخزونة في الوشيعة $\xi_m(t)$ و كذا الطاقة الكلية $\xi_T(t)$.

3- 5- 1- أعط التعبير الحرفي لكل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ و $\xi_T(t)$.

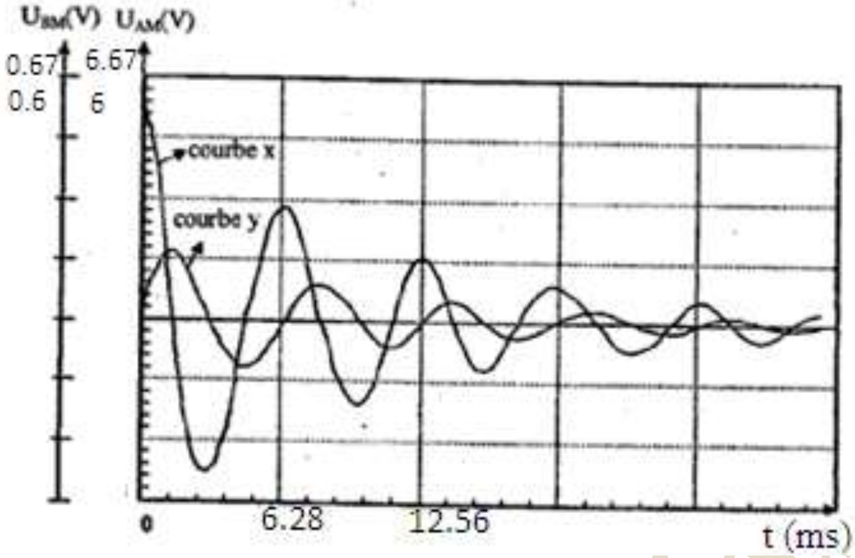
3- 5- 2- عين المنحنى الممثل لكل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ و $\xi_T(t)$ معللا جوابك.

3- 5- 3- باستعمال **الشكلين 5 و 6** تأكد من قيمتي C و L.

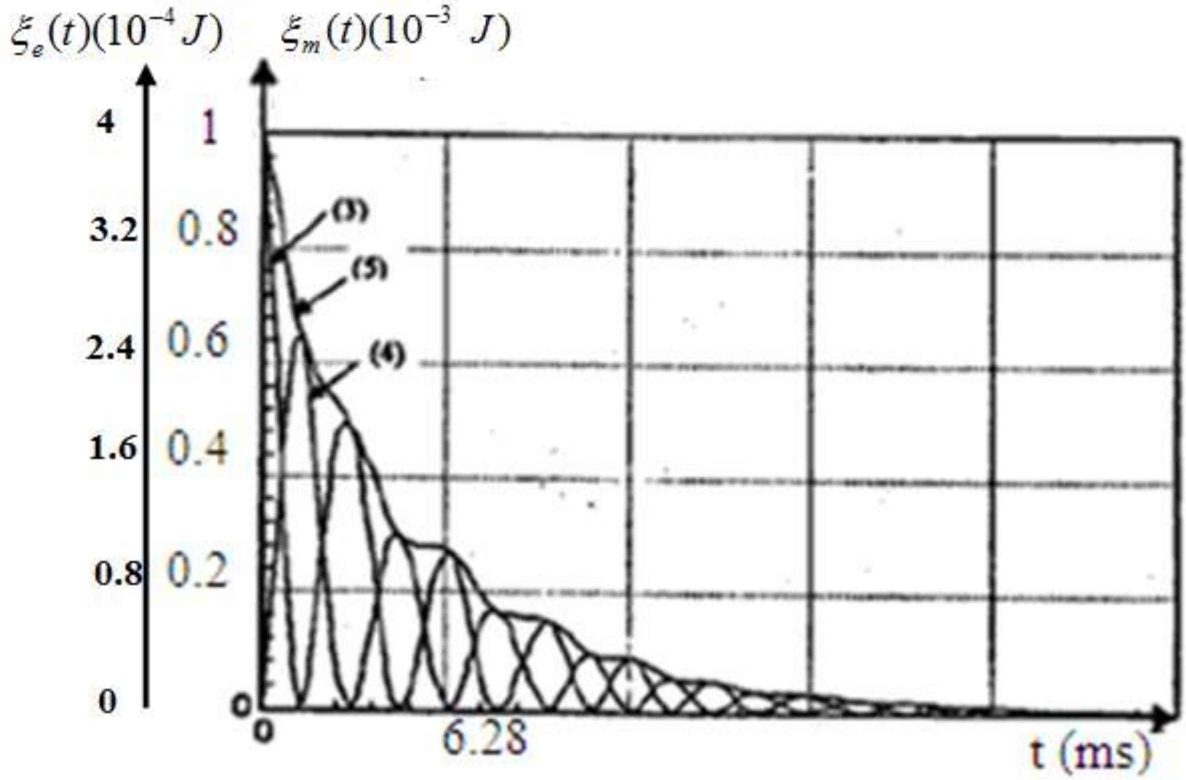
3- 5- 4- بمقارنة المنحنيين 3 و 4 أعط تعليل للظاهرة المدروسة.

3- 5- 5- حدد قيمة كل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ عند اللحظتين $t_1 = 0ms$ و $t_2 = 4.81ms$، ثم قارن تغير المقدارين $\Delta\xi_e(t)$ و $\Delta\xi_m(t)$ بين اللحظتين السابقتين.

3- 5- 6- كيف تتطور الطاقة الكلية للدارة بين اللحظتين $t_1 = 0ms$ و $t_2 = 4.81ms$. إلى ماذا يعزى هذا التطور؟



الشكل 5



الشكل 6

4- صيانة التذبذبات

4- 1- بين بإيجاز كيفية صيانة التذبذبات

4- 2- أنشئ منحنيات الطاقة في هذه الحالة.

5- أذكر طرق أخرى لتحديد السعة C.

إننا نفر من قضاء الله إلى قضاء الله

الثانوية الفلاحية	**تصحيح الفرض المحـــــروس رقـــــم 3**	المادة: فيزياء- كيمياء
جمعة سحيم	**الـــــدورة الثانية**	مدة الإنجاز: ساعتان
الأستاذ: المختار الوردي	**المستوى: الثانية باك علوم زراعية**	التاريخ : 20 12/03/28

الكيمياء

I- الجزء الأول: الأكسدة المباشرة لفلز

1-1- معادلة التفاعل المرتبط بهذا التحول الكيميائي.

$$Zn \;+\; Cu^{2+} \;\Leftrightarrow\; Zn^{2+} \;+\; Cu$$

1 -2- تعبير خارج التفاعل $Q_{r,i}$ في الحالة البدئية.

$$Q_{r,i} \;=\; \frac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$$

ت.ع

$$Q_{r,i} \;=\; \frac{\frac{20\times 0.20}{40}}{\frac{20\times 0.20}{40}} \;=1$$

1 -3- قيمة ثابتة التوازن المرتبطة بالتفاعل هي $K = 10^{37}$.

لدينا $Q_{r,i} \;\langle\; K$ إذن منحى تطور المجموعة الكيميائية يتوافق مع ملاحظات التجربة السابقة.

II- الجزء الثاني: تطبيق على العمود

2- تحديد قطبية العمود بواسطة معيار التطور

ننجز عمود نحاس - زنك حيث نربط مقصورتين بواسطة قنطرة أيونية
تحتوي المقصورة الأولى على 20 mL من محلول كبريتات الزنك (II) السابق مغمور فيه صفيحة من الزنك في حين تحتوي المقصورة الثانية على 20 mL من محلول كبريتات النحاس (II) السابق مغمور فيه صفيحة من النحاس.

2-1- دور القنطرة الأيونية هو فصل المتفاعلين مع السماح بهجرة الأيونات لضمان الحياد الكهربائي.

2-2 بتطبيق معيار التطور التلقائي:

$Q_{r,i} \langle K$ المجموعة تتطور في المنحى المباشر أي تآكل فلز الزنك (الأكسدة هي فقدان للإلكترونات) و تكون فلز النحاس (الاختزال هو اكتساب للإلكترونات). إذن القطب الموجب هو إلكترود النحاس و القطب السالب هو إلكترود الزنك. و بالتالي فإن التيار الكهربائي يمر من إلكترود النحاس إلى إلكترود الزنك في الدارة الخارجية.

2-3 نصفي معادلتي تفاعل أكسدة - اختزال الحاصل عند كل إلكترود.

- اختزال أيونات النحاس $\quad Cu^{2+} + \;2\,e^{-} \;\;\Leftrightarrow\; Cu \quad$ القطب الموجب
- أكسدة فلز الفضة $\quad Zn \Leftrightarrow Zn^{2+} + 2e^{-} \quad$ القطب السالب

2-4 التمثيل الاصطلاحي للعمود.

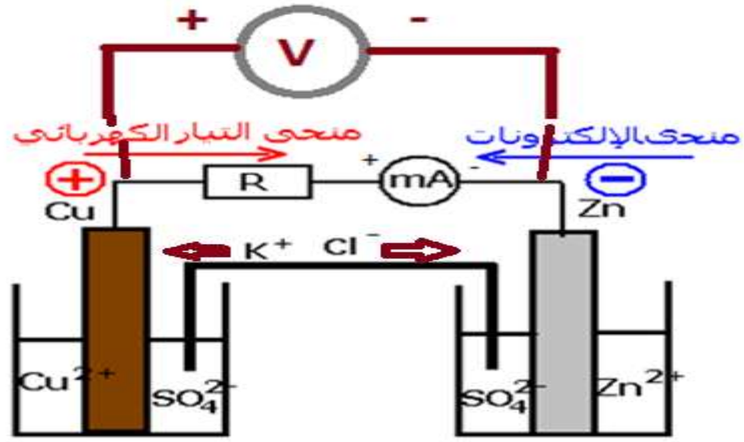
$$\ominus\; Zn_{(s)} \,/\, Zn^{2+}_{(aq)} \;\vdots\vdots\; Cu^{2+}_{(aq)} \,/\, Cu_{(s)} \;\oplus$$

2 -5- أثناء اشتغال العمود تكون المجموعة في حالة لاتوازن. لأنه في حالة التوازن لا يتم تبادل إلكتروني و بالتالي تكون شدة التيار منعدمة ($I = 0\,A$).

3- تحديد قطبية العمود بواسطة قياس شدة التيار

ننجز دارة كهربائية متوالية متكونة من العمود السابق، موصل أومي مقاومته 10 Ω وجهاز أمبيرمتر.

3- 1- تبيانة هذا العمود. و منحى حركة مختلف الشحنات الكهربائية



3 -2- أعطى قياس شدة التيار القيمة I = 2 mA. كيفية ربط جهاز أمبيرمتر: أنظر تبيانة العمود.

3 -3- لنتأكد بالحساب البعدي أن الشحنة الكهربائية لها بعد أمبير- ساعة (A.h). و أن المتساوية $1\ A.h = 3600\ C$.

$[Q]=[I]\times[\Delta t]$ إذن الشحنة بعدها هو بعد جداء شدة التيار يعبر عنها ب A و الزمن يعبر عنه بالثانية (s) أو الدقيقة (min) أو الساعة (h) أو اليوم (J) أو السنة (Année)

أذن الشحنة الكهربائية لها بعد أمبير- ساعة (A.h).

* الكولومب يوافق وحدات النظام العالمي للوحدات.

$$1\ A.h = 1\ A \times 1\ h = 1\ A \times 3600\ s = 3600\ C$$

3 -4- نعتبر أن كتلة الإلكترودين توجد بوفرة و أن التحول الكيميائي الذي يحدث أثناء اشتغال العمود كلي.

3 -4 -1- المدة الزمنية القصوية Δt_{max} لاشتغال العمود. علما أن شدة التيار تبقى ثابتة خلال الإشتغال.

- إنشاء الجدول الوصفي

Zn	+ Cu^{2+}	$\Leftrightarrow$	Zn^{2+}	+ Cu		معادلة التفاعل
كميات المادة mmol					التقدم	الحالات
$\mathbf{n_{0(Zn)}}$	**4**		**4**	$\mathbf{n_{0(Cu)}}$	0	الحالة البدئية
$n_{0(Zn)} - x$	$4 - x$		$4 - x$	$n_{0(Cu)} + x$	x	أثناء التحول
$n_{0(Zn)} - x_{max}$	$4 - x_{max}$		$4 - x_{max}$	$n_{0(Cu)} + x_{max}$	X_{max}	الحالة القصوية

من *معادلة الأكسدة الأنودية* $Zn \Leftrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ أي أن عدد الإلكترونات القصوية المتبادلة.

$n(e^-) = 2.x_{max} = \dfrac{Q_{max}}{F} = \dfrac{I.\Delta t_{max}}{F}$.

$$\Delta t_{max} = \frac{2.x_{max}\times F}{I}$$

$$\Delta t_{max} = 0.08\times 96500\ s \approx 7720\ s \approx 2\ h\ 8\ \min\ 40\ s$$

3 -4 -2- كمية الكهرباء القصوية التي يمكن أن ينتجها العمود.

$Q_{max} = I.\Delta t_{max}$ ت.ع $Q_{max} = 772\ C$

3 -4 -2- تغير كتلة إلكترود النحاس Δm.

** حساب تغير كتلة إلكترود النحاس.*

من خلال الإختزال الكاتودي: $Cu^{2+} + 2\,e^- \Leftrightarrow Cu$ يتضح أن كمية مادة Cu تتزايد $\Leftarrow$ $\Delta m(Cu) \rangle 0$.

من خلال نصف المعادلة الإلكترونية لدينا (كمية مادة النحاس المتكون) $n(Cu) = \dfrac{n(e^-)}{2}$

من خلال جدول التقدم كمية مادة النحاس المتكون $n(Cu) = x_{max}$ $\Leftarrow$ $n(e^-) = 2.x_{max}$.

و نعلم أن $n(e^-) = \dfrac{q}{F} = \dfrac{I\times\Delta t}{F}$ إذن $\dfrac{I\times\Delta t_{max}}{F} = 2\times x_{max}$ و منه $x_{max} = \dfrac{I\times\Delta t_{max}}{2F}$

.

و بالتالي من خلال جدول التقدم و علما أن التفاعل كلي نجد:

$$\Delta m(Cu) = \frac{I \times \Delta t_{max} \times M(Cu)}{2F} \quad \text{أي} \quad \Delta n(Cu) = n_f - n_{0(Cu)} = x_{max} = \frac{I \times \Delta t_{max}}{2F}$$

ت.ع $\Delta m(Cu) = 0.232\ g$

4- تحديد قطبية العمود بواسطة قياس التوتر

4- 1- كيفية ربط جهاز الفولطمتر : أنظر تبيانة العمود.

5- المقاومة الداخلية للمولد.

حسب قانون أوم لدينا $U_{PN} = E - r_p \times I$ إذن $r_p = \frac{E - U_{PN}}{I}$ ت.ع $r_p = 10\ \Omega$

6- الطاقة الكلية التي يمكن أن يحولها العمود من طاقة كيميائية إلى طاقة الكهربائية هي:

$\xi_e = E \times I \times \Delta t_{max}$ ت.ع $\xi_e = 1.5 \times 0.1 \times 7720 = 1158\ J$

7- الطاقة المبددة بمفعول جول في العمود.

$\xi_j = r_p \times I^2 \times \Delta t_{max}$ ت.ع $\xi_j = 10 \times 10^{-2} \times 7720 = 772\ J$

8- الطاقة النافعة للعمود.

$\xi = \xi_e - \xi_j$ ت.ع $\xi = 1158 - 772 = 386\ J$

تصحيح الفيزياء : الكهرباء

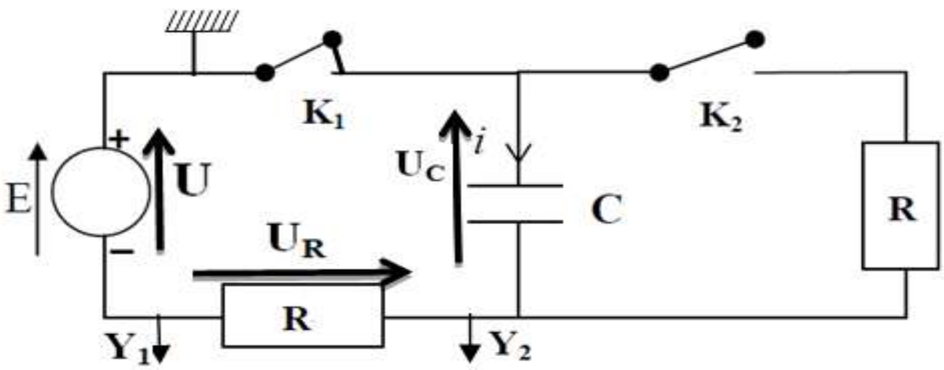
I- المرحلة الأولى: الاستجابة لرتبة توتر صاعدة

1- نغلق قاطع التيار K_1 عند اللحظة $t = 0$ (K_2 مفتوح).

1- 1- تمثيل التوترات بين مربطي المكثف (u_C) و الموصل الأومي (u_R) و المولد (E).

لدينا في اصطلاح مستقبل شدة التيار و التوتر لهما منحيان متعاكسان.

و لدينا في اصطلاح مولد شدة التيار و التوتر لهما نفس المنحى.



الشكل 1 $E = 6\ V$ و $R = 1\ k\Omega$

1- 2- بتطبيق قانون إضافية التوترات، لنبين أن $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ، حيث $\tau = RC$.

لدينا (1) $u_R + u_C = u$ حيث $u = E$ ونعلم أن: $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C$ أي $i = C.\frac{du_C}{dt}$ نعوض في المعادلة (1)

نجد $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ و هي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي مكثف في دارة RC خاضعة لرتبة توتر صاعدة.

تقبل حلا على الشكل: $u_C(t) = A.e^{-mt} + B$ حيث A و B و m ثوابت نحددها اعتمادا على الشروط البدئية:

$\tau.\frac{du_C}{dt} = -A.e^{-mt}$ نعوض في (م.ت) $-\tau.A.e^{-mt} + A.e^{-mt} + B = E$ أي $A.e^{-mt}(1 - m.\tau) = E - B$

- يجب أن تتحقق (م.ت) كيفما كان t إذن $1 - m.\tau = 0$ نستنتج: $m = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ بالتالي $E = B$ إذن: $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$
- عند t=0 يكون $u_C(0) = 0$ (لكون المكثف غير مشحون بدئيا ولكون u_C دالة متصلة) بالتالي:

$A = -E \Leftarrow u_C(0) = A + E = 0$

بالتالي فحل (م.ت) هو: $u_C(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

1 -3- تعبير $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة و كدا شحنة المكثف $q(t)$.

$$i(t) = C.\frac{du_C}{dt} = CE.\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{و} \quad q = C.u_C = Q_{\max}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

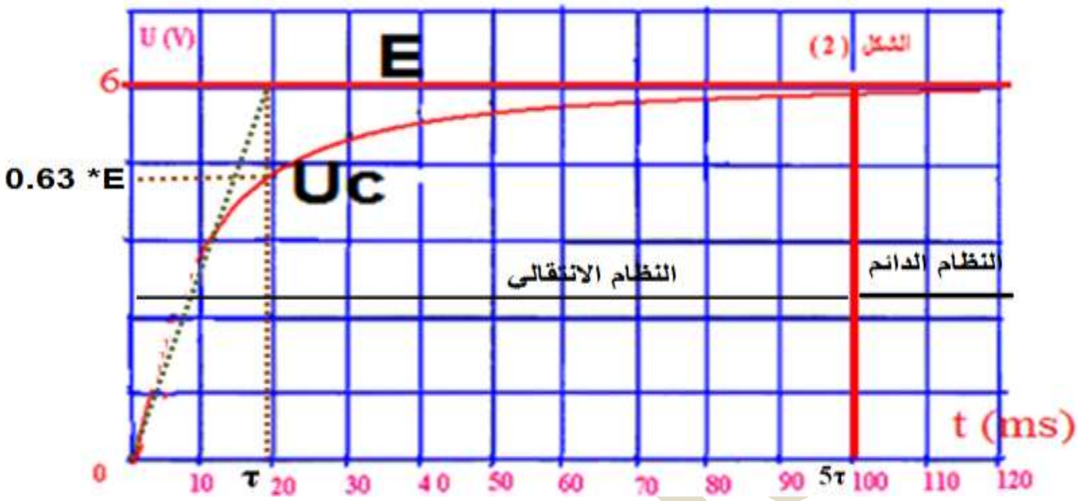
1 -4- تعبير شدة التيار القصوى I_{max}.

$$I_{\max} = \frac{E}{R} \quad \text{ت.ع} \quad I_{\max} = 6\ mA$$

2- مكن برنم و وسيط معلوماتي من معاينة التوترين u_C و E بدلالة الزمن.

2-1- كيفية ربط راسم التذبذب لمعاينة التوترين u_C و E (أنظر الشكل (1)). حيث سنجد قيمتين سالبتين للتوترين u_C و E.

2 -1- تحديد التوترين u_C و E على الشكل 2.



2 -2- نظامي اشتغال هما:

* النظام الانتقالي مدته 5τ.
* النظام الدائم t ≥ 5τ.

خلال النظام الأول (الانتقالي) تحدث ظاهرة الشحن.

2 -3- حساب قيمة ثابتة الزمن τ بطريقتين مختلفتين و استنتاج قيمة C.

* *طريقة المماس* المار من أصل التواريخ (أنظر الشكل (2)).

**تحليليا:* $u_C(\tau) = E(1-e^{-1}) = 0,63.E$: τ هو أفصول النقطة ذات الأرتوب 0,63.E .

نجد τ = 20 ms و منه $C = \frac{\tau}{R} = \frac{20\ ms}{1000\Omega} = 20\ \mu F$

2 -4- قيمة التوتر $u_C(t)$ انطلاقا من $t = 5\tau$.

$$u_C(5\tau) = E(1-e^{-5}) = 0.99E \approx E$$

و هي القيمة التي نجدها مبيانيا من الشكل 2.

* *قيمة C.*

$$5RC = 100\ ms \quad \text{إذن} \quad C = \frac{100}{5R} = 20\ \mu F$$

2 -5- تعبير المدة $t_{1/2}$ اللازمة ليأخذ التوتر بين مربطي المكثف نصف قيمته القصوية.

$$u_C(t_{1/2}) = E(1-e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}) = \frac{E}{2} \quad \text{أي أن} \quad \frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln 2 \quad \text{و منه} \quad t_{1/2} = \tau \ln 2 \quad \text{ت.ع} \quad t_{1/2} = 20\ln 2 = 13.863\ ms$$

2 -6- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف في لحظة t وتمثيل شكل منحنى تغيراتها بدلالة الزمن t (نأخذ نفس الشكل 2).

$$\xi_e(t) = \frac{1}{2}CU_C^2(t) = \frac{CE^2}{2}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2$$

2 -7- أعط تعبير المدة $t_{1/2}'$ اللازمة لتخزين نصف الطاقة القصوية التي يمكن أن يختزنها المكثف. و أحسب قيمتها. قارنها مع $t_{1/2}$.

$\xi_e(t'_{1/2}) = \frac{CE^2}{2}(1-e^{-\frac{t'_{1/2}}{\tau}})^2 = \frac{CE^2}{4}$ أي $(1-e^{-\frac{t'_{1/2}}{\tau}})^2 = \frac{1}{2}$ أي أن $(1-e^{-\frac{t'_{1/2}}{\tau}}) = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

أي أن $e^{-\frac{t'_{1/2}}{\tau}} = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$ أو $e^{-\frac{t'_{1/2}}{\tau}} = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$ أي أن $-\frac{t'_{1/2}}{\tau} = \ln(1-\sqrt{\frac{1}{2}}) = \ln\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ و منه $t'_{1/2} = \tau\ln\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ أي

$$t'_{1/2} = 24.46\ ms$$

$$\frac{t'_{1/2}}{t_{1/2}} = \frac{\ln\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}}{\ln 2} \approx 1.7644$$

II- المرحلة الثانية: الاستجابة لرتبة توتر نازلة

1- بتطبيق قانون إضافية التوترات لدينا $u_R + u_C = 0$ ونعلم أن: $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C$ أي $i = C.\frac{du_C}{dt}$ نعوض في المعادلة $R.i + u_C = 0$ أي $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي مكثف في دارة RC خاضعة لرتبة توتر نازلة ، ويمكن كتابتها على الشكل: $\tau.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ حيث $\tau = R.C$

تقبل (م.ت) حلا على الشكل: $u_C(t) = A.e^{-mt} + B$ حيث A و B و m ثوابت نحددها اعتمادا على الشروط البدئية:

$\tau.\frac{du_C}{dt} = -A.e^{-mt}$ نعوض في (م.ت) $-\tau.A.e^{-mt} + A.e^{-mt} + B = 0$ أي $A.e^{-mt}(1-m.\tau) + B = 0$

* يجب أن تتحقق (م.ت) كيفما كان t إذن $1 - m.\tau = 0$ نستنتج: $m = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ بالتالي $B = 0$ إذن: $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$

* عند t=0 يكون $u_C(0) = E$ (المكثف مشحون بدئيا و u_C دالة متصلة) بالتالي: $A = E \Leftarrow u_C(0) = A.e^{-0} = A = E$

بالتالي فحل (م.ت) هو: $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث $\tau = R.C$

2- تعبير $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة و كذا شحنة المكثف $q(t)$.

لدينا $i = C.\frac{du_C}{dt}$ و $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ إذن: $i(t) = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

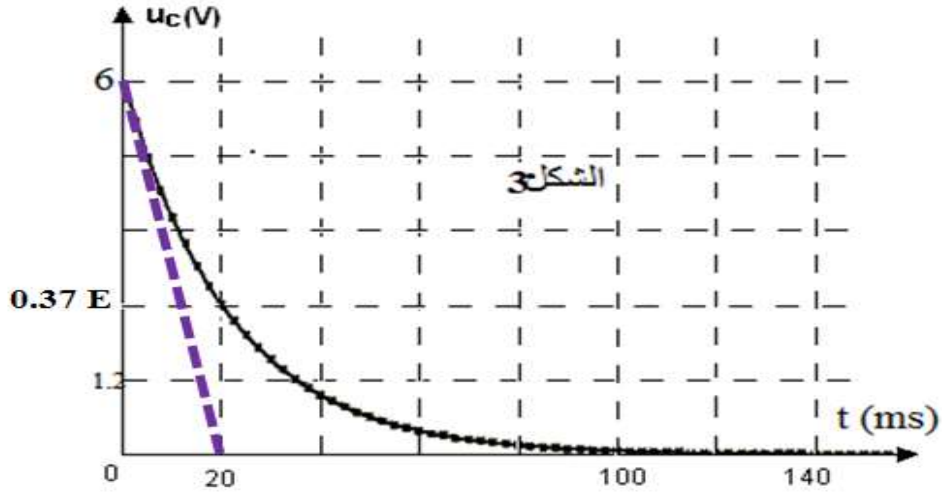
و $q = C.u_C = Q_{max}\ e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعلل الإشارة السالبة لشدة التيار القصوية، بأنه خلال التفريغ يتغير منحى التيار في دارة التفريغ.

3- قيمة ثابتة الزمن τ بطريقتين مختلفتين.

* تحديد ثابتة الزمن

- $u_C(\tau) = Ee^{-1} = 0,37.E$: τ هو أفصول النقطة ذات الأرتوب $0,37.E$
- طريقة المماس المار من أصل التواريخ.



نجد $\tau = 20\ ms$ و منه $C = \frac{\tau}{R} = 20\ \mu F$

4- تعبير المدة $t_{1/2}$ اللازمة ليأخذ التوتر بين مربطي المكثف نصف قيمته القصوية خلال هذه المرحلة (التفريغ).

$u_C(t_{1/2}) = E.e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} = \frac{E}{2}$ نجد $t_{1/2} = \tau \ln 2$ ت.ع $t_{1/2d} = 20 \ln 2 = 13.863\ ms$

5- قيمة التوتر $u_C(t)$ انطلاقا من $t = 5\tau$. تأكد من هذه القيمة مبيانيا و تأكد كذلك من قيمة C.

$u_C(5\tau) = 6e^{-5} \approx 0\ V$ و هي القيمة التي يأكدها المبيان.

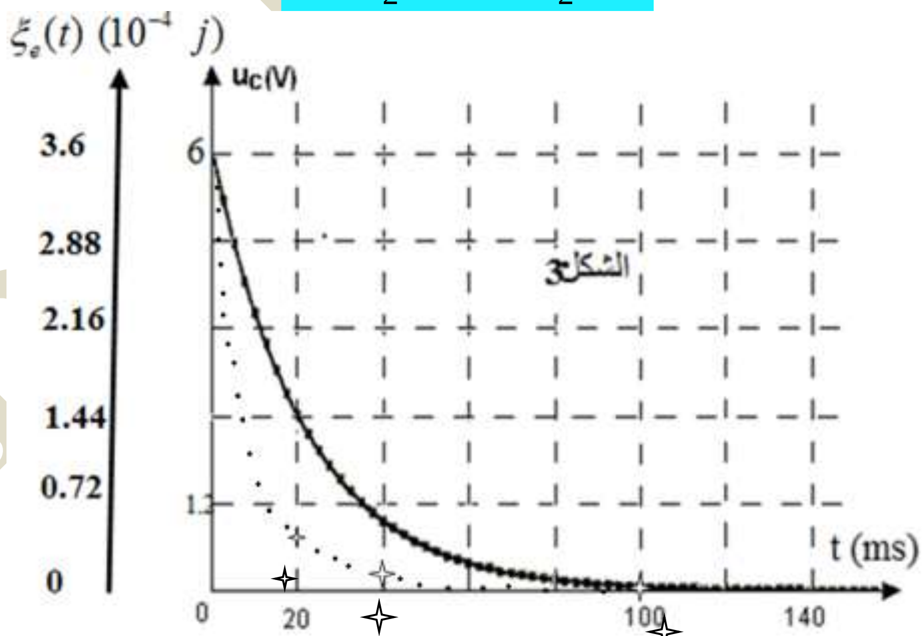
$5\tau = 5\ RC = 100\ \mu F$ أي $C = \frac{100}{5R} = 20\ \mu F$

6- القيمة القصوية للشحنة Q_{max} و شدة التيار القصوية I_{max}.

$Q_{max} = CE = 20\times10^{-6}\times 6 = 120\mu C$ و $I_{max} = \frac{E}{R} = \frac{6}{1000} = 6\ mA$

7- تعبير الطاقة المخزونة في المكثف في لحظة t و مثل في **الشكل 3** منحنى تغيراتها بدلالة الزمن t.

$$\xi_e(t) = \frac{1}{2}CU_C^2(t) = \frac{CE^2}{2}e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

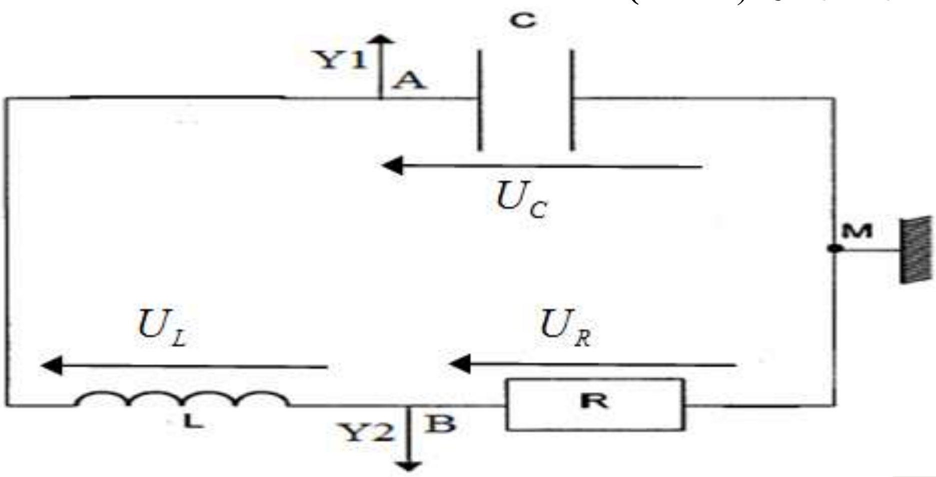


8- تعبير المدة $t_{1/2}'_d$ اللازمة لكي تنقص الطاقة المخزونة في المكثف إلى نصفها. و أحسب قيمتها.

عند $t = t_{1/2}'_d$ $\xi_e(t_{1/2}'_d) = \frac{1}{2}CU_C^2(t_{1/2}'_d) = \frac{CE^2}{2}e^{-\frac{2t_{1/2}'_d}{\tau}} = \frac{CE^2}{4}$ أي أن $t_{1/2}'_d = \frac{\tau}{2}\ln 2 = \frac{t_{1/2d}}{2}$

III- الطريقة الثالثة: تحديد سعة المكثف بدراسة الدارة RLC

لدينا دارة RLC متوالية و حرة (**الشكل 4**).



الشكل 4

*** الدراسة النظرية**

1- العلاقة بين q(t) و $u_C(t)$ من جهة والعلاقة بين q(t) و i(t) ثم استنتاج تعبير i(t) بدلالة u(t).

$q = C.u_C$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و منه نستنتج $i = C.\frac{du_C}{dt}$

2- بتطبيق قانون إضافية التوترات لدينا $u_C + u_R + u_L = 0$

$u_R = Ri$ **مع** $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ $\Leftarrow$ $u_R = RC\frac{du_C}{dt}$ **و** $u_L = L\frac{di}{dt}$

إذن $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC}u_c = 0$. و هي المعادلة التفاضلية لدارة متوالية RLC التي يخضع لها التوتر $u_C(t)$، و

يمكن أن تكتب على شكل: $\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + 2\lambda\frac{du_C(t)}{dt} + \omega_0^2\ u_C(t) = 0$ حيث $\omega_0 = \frac{4\pi}{T_0}$ و $\lambda = \frac{R}{2L}$

2- 1- يرتبط نظام الذبذبات في هذه المعادلة بالمقاومة الإجمالية R و بالتالي بالمعامل λ.

2- 2- لهذه المعادلة التفاضلية 3 حلول حسب إشارة مميز المعادلة المميزة التالية : $r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$

2- 2- 1- إذا كان المميز $\Delta' = \lambda^2 - \frac{4\pi^2}{T_0^2} = 0$ يكون النظام حرجا. تعبير المقاومة الحرجة R_C بدلالة L و C.

$\lambda^2 - \frac{4\pi^2}{T_0^2} = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{T_0} \Leftrightarrow \frac{R_C}{L} = \frac{4\pi}{T_0} = 2\omega_0 \Leftrightarrow R_C = 2L\omega_0$

2- 2- 2- إذا كان المقاومة $R = 0\,\Omega$ تصبح المعادلة التفاضلية في هذه الحالة على الشكل التالي

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \omega_0^2\ u_C(t) = 0$$

حلها يكتب على شكل $u_C = U_m \times Cos[(2\pi/T_0)t + \varphi]$

U_m: وسع الذبذبات ؛ T_0: الدور الخاص للذبذبات

φ: الطور عند أصل التواريخ ؛ $(2\pi/T_0)t + \varphi$: الطور عند اللحظة ذات التاريخ t

نستعمل الشروط البدئية، أي عند اللحظة t = 0 s.

باستعمال المقدارين $i = C.du_C/dt$ و u_C عند أصل التواريخ نجد أن: $U_m = E$ و φ = 0

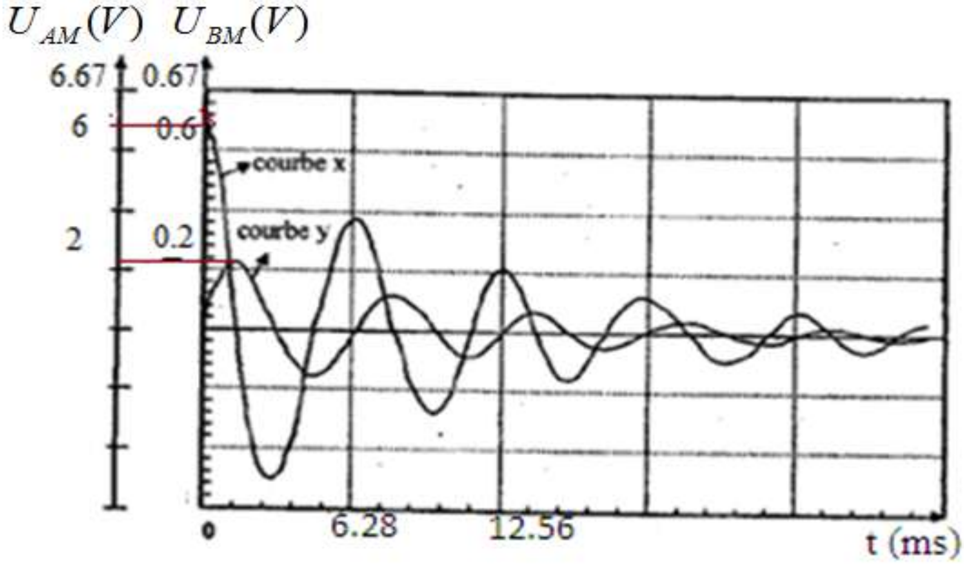
***تعبير الدور الخاص**

لدينا: $\frac{du_C}{dt} = -\,2\pi/T_0\ U_m \times sin[(2\pi/T_0)t + \varphi]$ و $\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\,(2\pi/T_0)^2\ U_m \times Cos[(2\pi/T_0)t + \varphi]$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد : $T_0 = 2\pi\,(LC)^{1/2}$

*** الدراسة التجريبية**

3- نستعمل نفس جهاز راسم التذبذب لمعاينة التوترين في النقطتين A و B، فنحصل على منحنيات **الشكل 5**.



الشكل 5

3- 1- المقداران اللذان نعاينهما في المدخلين Y1 و Y2 هما U_C و U_R.

3-2- المقدار الذي يمكننا من معاينة شدة التيار هو U_R لأن $U_R = R\ i$.

3- 3- من خلال الشكل 5 و من خلال المعطيات لدينا $E = 6\,V$.

* المنحنى x يمثل التوتر بين مربطي المكثف.

* المنحنى y يمثل التوتر بين مربطي المقاومة.

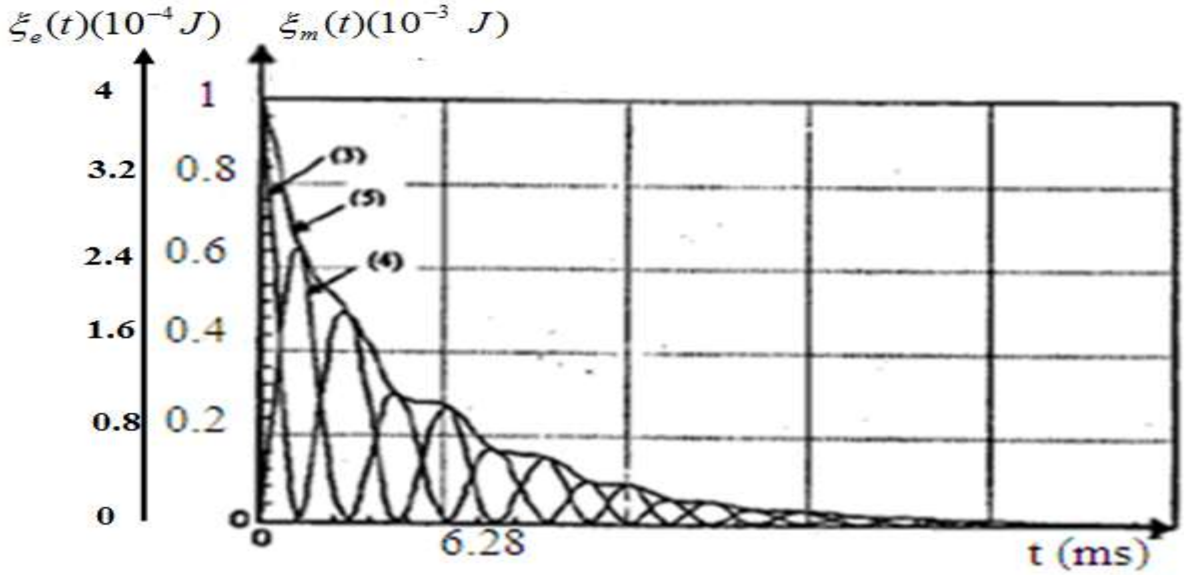
3- 4- الظاهرة الملاحظة هي تذبذبات كهربائية حرة و مخمدة.

لا تحدث أثناء دراسة ثنائي القطب RC أو ثنائي القطب RL لأنه لا يوجد فيهما المكثف و الوشيعة في نفس الوقت اللذان يساهمان في التبادل الطاقوي . أي تحول الطاقة من طاقة كهربائية إلى طاقة مغنطيسية و العكس مع تبدد جزء منهما على شكل مفعول جول على مستوى المقاومة.

3- 5- نعتبر أن شبه الدور T يساوي تقريبا الدور الخاص T_0، من خلال منحنى **الشكل 5**، يمكن حساب قيمة سعة المكثف C.

لدينا $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ و منه $C = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2 L} \approx 20\ \mu F$

3- 5- **الشكل 6** يمثل الطاقة المخزونة في المكثف $\xi_e(t)$ و الطاقة المخزونة في الوشيعة $\xi_m(t)$ و كذا الطاقة الكلية $\xi_T(t)$.



الشكل 6

3- 5- 1- التعبير الحرفي لكل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ و $\xi_T(t)$.

$\xi_e(t) = \frac{1}{2} C U_C^2$ و $\xi_m(t) = \frac{1}{2} L\, i^2$ و $\xi_T(t) = \xi_m(t) + \xi_e(t) = \frac{1}{2} C U_C^2 + \frac{1}{2} L\, i^2$

3- 5- 2- المنحنى الممثل لكل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ و $\xi_T(t)$.

* المنحنى 3 يمثل الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف لأنه في الحالة البدئية تكون $\xi_e(t)$ قصوية .
* المنحنى 4 يمثل الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيعة لأنه في الحالة البدئية تكون $\xi_m(t)$ قصوية .
* المنحنى 5 يمثل الطاقة الكلية لأنه يمثل مجموع الطاقتين: الكهربائية و المغنطيسية.

3- 5- 3- باستعمال **الشكلين 5 و 6** تأكد من قيمتي C و L.

لدينا مثلا عند t = 0 ms: $E = 6\,V$ و $\xi_e(0) = \frac{1}{2}CE^2$ و $\xi_e(0) = 3.6\times10^{-4}\ J$ و منه $C = 20\ \mu F$

و عند t = 3.14 ms: $U_{BM} = U_R = 2\,V$ و $\xi_m(3.14) = \frac{1}{2}L(\frac{U_R}{R})^2 = 0.5\times10^{-3} J$ و منه

$L = 50\ \ mH$

3- 5- 4- بمقارنة المنحيين 3 و 4 في الشكل 6 نلاحظ أنهما يتناقصان خلال الزمن، نتيجة تبدد جزء من الطاقة على شكل حرارة (مفعول جول) في المقاومة.

3- 5- 5- قيمة كل من $\xi_e(t)$ و $\xi_m(t)$ عند اللحظتين $t_1 = 0ms$ و $t_2 = 4.81ms$.

* $\xi_e(0) = 3.6\times10^{-4}\ J$ و $\xi_e(4.81) = 0\ J$

$\Leftarrow \quad \Delta\xi_e = \xi_e(4.81) - \xi_e(0) = 0 - 3.6\times10^{-4} = -3.6\times10^{-4}\ \ J$

* $\xi_m(0) = 0\ J$ و $\xi_m(4.81) = 0.28\times10^{-3}\ J$

$\Leftarrow \quad \Delta\xi_m = \xi_m(4.81) - \xi_m(0) = 0.28\times10^{-3} - 0 = 0.28\times10^{-3}\ J = 2.8\times10^{-4}\ J$

بين هاتين اللحظتين يمنح المكثف طاقة أكبر مما تكتسبه الوشيعة.

3- 5- 6- تطور الطاقة الكلية للدارة بين اللحظتين $t_1 = 0ms$ و $t_2 = 4.81ms$.

تعبير الطاقة الكلية هو $\xi_T(t) = \xi_m(t) + \xi_e(t)$.

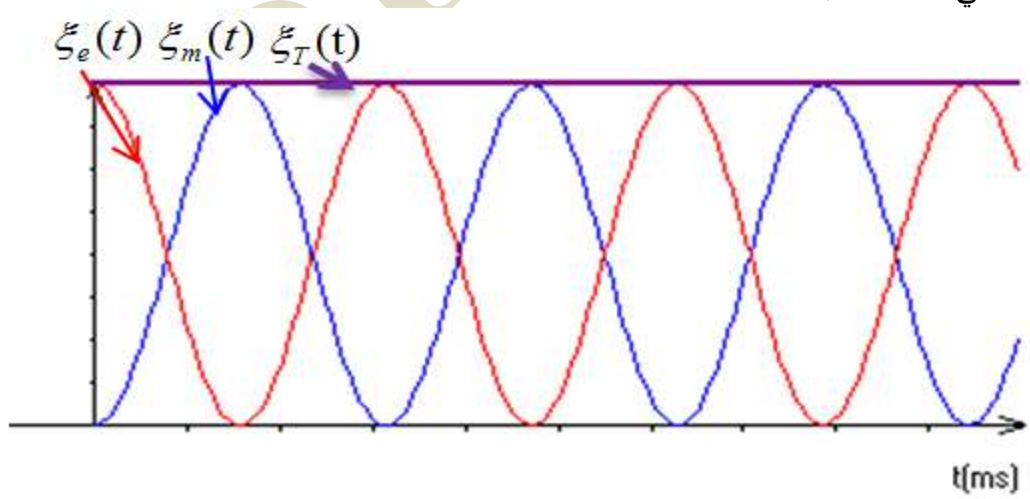
* عند اللحظة t = 0 ms $\quad \xi_T(0) = \xi_m(0) + \xi_e(0) = 0 + 3.6\times10^{-4} = 3.6\times10^{-4}\ J$.
* عند اللحظة t = 4.81 ms $\quad \xi_T(4.81) = \xi_m(4.81) + \xi_e(4.81) = 0.28\times10^{-3} + 0 = 0.28\times10^{-3}\ J$.

يعزى هذا التطور إلى ظاهرة الخمود الملاحظة. أي إلى تبدد جزء من الطاقة على شكل حرارة (مفعول جول) في المقاومة.

4- صيانة التذبذبات

4- 1- لصيانة الذبذبات نقحم في الدارة جهاز يعوض بالضبط الطاقة المفقودة بمفعول جول. و الذبذبات المصانة جيبية دورها T و الطاقة الكلية E تبقى ثابتة.

4- 2- منحنيات الطاقة في هذه الحالة.



5- طرق أخرى لتحديد السعة C.

* قياس السعة بواسطة جهاز قياس السعة.

*دراسة LC مثالية مصانة بواسطة جهاز صيانة التذبذبات.