الثانوية الفلاحية جمعة سحيم الأستاذ: المختار الوردي	**فرض محـــــروس رقـــــم 4** **الـــــدورة الثانية** **المستوى: الثانية باك علوم زراعية**	المادة: فيزياء- كيمياء مدة الإنجاز: ساعتان التاريخ : 26 /05/ 2013

ملحوظة: يؤخذ بعين الاعتبار تنظيم ورقة التحرير
يجب أن تعطى العلاقة الحرفية قبل التطبيق العددي
استعمال أرقام معبرة في التطبيقات العددية

الكيميـــــاء: (7.0 نقط)

تستعمل حلمأة الإسترات في وسط قاعدي لتحضير الكحولات انطلاقا من مواد طبيعية، و لها أيضا تطبيقات أخرى في ميدان الطب و الصناعة.
يهدف هذا التمرين إلى تتبع تطور تفاعل ميثانوات المثيل مع محلول هيدروكسيد الصوديوم بقياس المواصلة و إلى دراسة عمود ذي محروق (Pile à combustible) باستعمال الميثانول الناتج.

الجزء الأول : دراسة حلمأة إستر في وسط قاعدي

المعطيات:

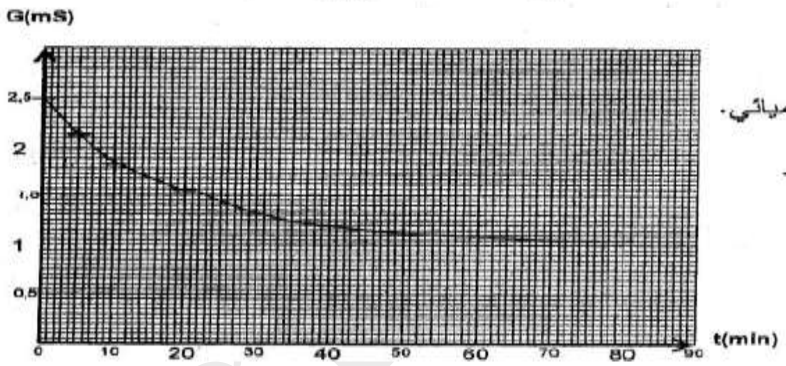
- تمت جميع القياسات عند 25°C.
- يعبر عن المواصلة G عند لحظة t بالعلاقة : $G = K.\sum \lambda_i [X_i]$، حيث λ_i الموصلية المولية اليونية للأيون X_i و $[X_i]$ تركيزه في المحلول و K ثابتة الخلية قيمتها K = 0.01 m.
- يعطي الجدول التالي قيم الموصلية المولية الأيونية للأيونات المتواجدة في الوسط التفاعلي:

الأيون	$Na^+_{(aq)}$	$HO^-_{(aq)}$	$HCO_2^-{}_{(aq)}$
$\lambda(S.m^2.mol^{-1})$	$5.01 . 10^{-3}$	$19.9. 10^{-3}$	$5.46. 10^{-3}$

- نهمل تركيز أيونات $H_3O^+_{(aq)}$ أمام باقي تراكيز الأيونات المتواجدة في الوسط التفاعلي.

نصب في كأس حجما $V = 2.\ 10^{-4}\ m^3$ من محلول S_B لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ تركيزه $C_B = 10\ mol/m^{-3}$؛ و نضيف إليه، عند لحظة t_0 نعتبرها أصلا للتواريخ، كمية المادة n_E لميثانوات المثيل مساوية لكمية المادة n_B لهيدروكسيد الصوديوم في المحلول S_B عند أصل التواريخ.
(نعتبر أن حجم الخليط يبقى ثابتا $V = 2.\ 10^{-4}\ m^3$)
مكنت الدراسة التجريبية من الحصول على المنحنى الممثل لتغيرات المواصلة G بدلالة الزمن (الشكل 1).
ننمذج التحول المدروس بالمعادلة الكيميائيو التالية:

$$HCO_2CH_{3(aq)} + HO^-_{aq} \longrightarrow HCO^-_{2(aq)} + CH_3OH_{(aq)}$$



1.1– اجرد الأيونات المتواجدة في الخليط عند لحظة t . 0.75

1.2– أنشئ الجدول الوصفي لتطور هذا التحول الكيميائي. (نرمز ب x لتقدم التفاعل عند لحظة t) 1

1.3– بيّن أن المواصلة G في الوسط التفاعلي، عند لحظة t تحقق العلاقة : 1

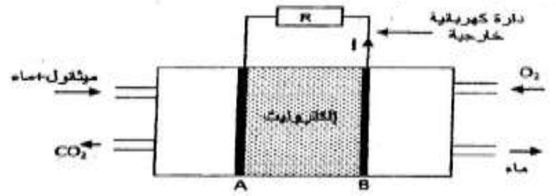
$$G = -0,72x + 2,5.10^{-3}\ (S)$$

1.4– علل تناقص المواصلة G أثناء التفاعل. 0.5

1.5– أوجد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$. 1

الجزء الثاني : دراسة عمود ذي محروق

يتكون هذا العمود من مقصورتين يفصل بينهما إلكتروليت حمضي يلعب دور القنطرة الأيونية والإلكترودين A و B . عند اشتغال العمود يتم تزويده بالميثانول السائل و غاز ثنائي الأوكسجين . (الشكل2)



الشكل2

المعطيات:
- ثابتة فاراداي: $F = 96500\ C.mol^{-1}$
- الكتلة الحجمية للميثانول السائل: $\rho = 0,79 g.cm^{-3}$
- الكتلة المولية للميثانول: $M(CH_3OH) = 32 g.mol^{-1}$
- المزدوجتان (مختزل / مؤكسد) المتدخلتان في هذا التحول هما : $(O_{2(g)} / H_2O_\ell)$ و $(CO_{2(g)} / CH_3OH_\ell)$.

خلال اشتغال العمود، يحدث عند أحد الإلكترودين تحول ننمذجه بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$CH_3OH + H_2O \rightarrow CO_2 + a.\ H^+ + b.\ e^-$$

2.1– حدد المعاملين a و b . (0,5 ن) 0.5

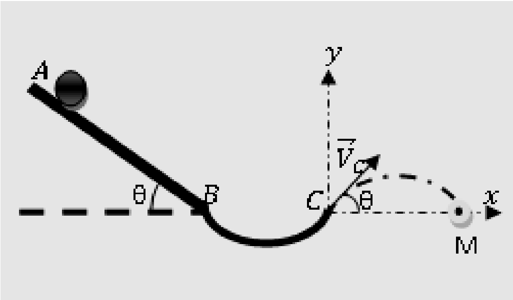
2.2– عيّن من بين الإلكترودين A و B (الشكل 2) الإلكترود الذي يحدث عنده هذا التفاعل. علل الجواب. 0.5

2.3– اكتب المعادلة المنمذجة للتحول الحاصل عند الإلكترود الآخر، وأعط اسمي الإلكترودين A و B . 0.75

2.4– يزود العمود الدارة الخارجية بتيار كهربائي شدته $I = 45mA$ خلال مدة زمنية $\Delta t = 1h30min$ من الاشتغال. أوجد الحجم V للميثانول المستهلك خلال Δt. 1

الفيزيـــــاء: (13 نقطة)

التمرين الأول (6.0 نقطة)



-1 عند اللحظة t = 0 s نحرر كرية كتلتها m = 0.2 kg بدون سرعة بدئية من النقطة A لينزلق فوق مستوى مائل بزاوية θ = 30°. تصل الكرية إلى النقطة B بسرعة $\vec{V}_B$ قيمتها V_B = 7.07 m/s.

نعتبر النقطة A أصل التواريخ و الأفاصيل $(A, \vec{i}\ )$.

1 -1- بين أن تعبير تسارع مركز القصور هو a = g sin θ ثم استنتج طبيعة الحركة. 0.5

1 -2- أوجد المعادلتين الزمنيتين V(t) و x(t). 0.5

1 -3- أحسب اللحظة التي تصل فيها الكرية إلى النقطة B ثم استنتج المسافة AB. 1

-2 تغادر الكرية المسار عند النقطة C بسرعة $\vec{V}_C$ منظمها $V_C = 7.07\ m/s$ و اتجاهها يكون زاوية θ مع المحور (C ; x)؛ نعتبر لحظة مرور الكرية من النقطة C أصلا جديدا للتواريخ أنظر الشكل أعلاه.

2 -1- بتطبيق القانون الثاني في المعلم R(C ; x ; y) حدد إحداثيات متجهة التسارع. 0.5

2 -2- أوجد المعادلات الزمنية x(t) و y(t) و $V_x(t)$ و $V_y(t)$. 0.5

2 -3- حدد معادلة المسار. 1

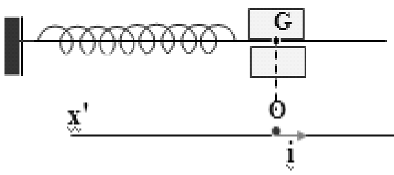
2 -4- عند النقطة N أفصولها x_N = 2.16 m يوجد حاجز ارتفاعه h= 0.5 m. هل تتجاوز الكرية الحاجز. 1

2 -5- أحسب المسافة CM. 1

التمرين الثاني (11 نقطة)

I- دراسة المجموعة (جسم S – نابض)

متذبذب ميكانيكي يتكون من جسم صلب (S) كتلته $m = 400\ g$، مركز قصوره G، و نابض مرن صلابته $k_1 = 40\ N/m$ و كتلته مهملة. بإمكان المجموعة (نابض، جسم S) الحركة على مستوى أفقي (الشكل 1).



عند اللحظة $t = 0$ تكون المجموعة في حالة توازن ويكون G منطبقاً مع النقطة O (أصل الأفاصيل).عند لحظة t تمر النقطة G من أفصول x بسرعة v.

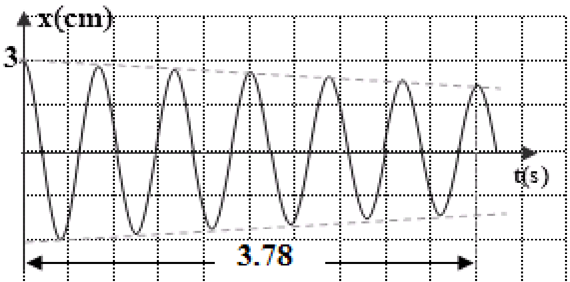
1- الدراسة التجريبية:

مكنت دراسة تجريبية من تتبع تغيرات الفاصلة x بدلالة الزمن t فحصلنا على المبيان التالي :

1 -1- ما هي طبيعة الحركة؟ 0.5

1 -2 - حدد قيمة شبه الدور T لهذه الحركة؟ 0.5

1 -3- ما هي قيمة الأفصول x عند اللحظات التالية : $t_0 = 0$ ، $t_1 = T$ ، $t_2 = 5T$. 0.75



2- الدراسة الطاقوية :

2 -1- أعط تعبير الطاقة الكلية للمجموعة (نابض - جسم S) بدلالة m ، k ، x ، v 0.75

2 -2- أحسب قيمة الطاقة الكلية للمتذبذب عند اللحظات التالية : $t_0 = 0$ ، $t_1 = T$ ، $t_2 = 5T$. 0.75

2 -3- قارن بين القيم المحصل عليها، ما هو سبب التغير في الطاقة الكلية ؟ 0.5

2 -4- أحسب سرعة مرور الجسم لأول مرة من موضع التوازن. 0.75

2 -5- أعط مخططات الطاقات E_{Pe} و E_C و E_m. 0.75

3- الدراسة النظرية: (نهمل الاحتكاك)

3 -1- مثل القوى المؤثرة على الجسم S في لحظة ما. 0.5

3 -2- مرجع الدراسة أرضي غاليلي، بتطبيق قانون نيوتن الثاني على المجموعة بين أن المعادلة التفاضلية للحركة هي من الشكل التالي: $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ 0.5

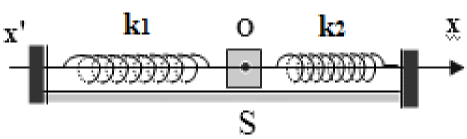
و حلها هو : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$.

3 -3- عبر عن ω_0 و T_0 بدلالة m و k . 0.5

3 -4- بين أن شبه الدور T_0 له بعد الزمن. 0.25

3 -5- أحسب قيمة T_0 و قارن النتيجة مع قيمة T ثم أحسب دقة القياس. 0.25

4- دراسة المجموعة (جسم S – نابضين)



نربط المجموعة السابقة بنابض آخر كما يمثل الشكل التالي (الشكل 3)، حيث النابضان لهما كتلة مهملة، و صلابتهما على التوالي $k_1 = 40\ N/m$ ، $k_2 = 50\ N/m$ و مشدودان بجسم صلب (S) كتلته $m = 100\ g$ بإمكانه الانزلاق دون احتكاك على مستو أفقي.

النابضان في حالة سكون.

نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه في الاتجاه الموجب للمحور (XOX')، بمقدار 2 cm، ثم نتركه دون سرعة ابتدائية.

4 -1- أوجد المعادلة التفاضلية للمجموعة المتذبذبة. 1

4 -2- أوجد تعبير الدور و أحسب قيمته. 1

4 -3- عند اللحظة$t_0 = 0$ يمر الجسم (S) من موضع التوازن بالاتجاه الموجب، أكتب المعادلة الزمنية لحركته x = f(t). 1

4 -4- أحسب قيمة سرعته عند اللحظة $t_0 = 0$ و استنتج قيمة سرعته عند اللحظتين $t_1 = \frac{T}{4}$ ، $t_2 = \frac{T}{2}$. 1

تصحيح الفرض المحروس رقم 4

المحور	عناصر الاجابة	التنقيط

الكيمياء (7 نقط)

-1-1

جرد الأيونات المتواجدة في الخليط:

أيونات الصوديوم: $Na^+_{(aq)}$ - أيونات الهيدروكسيد: $HO^-_{(aq)}$ - أيونات الميثانوات: $HCOO^-_{(aq)}$

ملحوظة: أيونات الأوكسونيوم $H_3O^+_{(aq)}$ متواجدة كذلك، لكنها أقلية في الخليط القاعدي.

-1-2

الجدول الوصفي لتطور التحول:

كمية المادة البدئية للمتفاعلين: $n_i(HCO_2H)=n_i(HO^-)=C_BV=10\times2.10^{-4}=2.10^{-3}\ mol$

* الجدول:

معادلة التفاعل	$HCO_2H_{(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$ →	$HCO_2^-{}_{(aq)}$ +	$CH_3OH_{(aq)}$	
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة (mol)			
الحالة البدئية	$x=0$	2.10^{-3}	2.10^{-3}	0	0
حالة وسيطة	x	$2.10^{-3}-x$	$2.10^{-3}-x$	x	x
حالة نهائية	$x=x_m$	$2.10^{-3}-x_m$	$2.10^{-3}-x_m$	x_m	x_m

-1-3

إثبات أن المواصلة G عند لحظة t ، تحقق العلاقة التالية: $\underset{(S)}{G}=-0,72.\underset{(mol)}{x}+2,5.10^{-3}$

يكتب تعبير المواصلة: $G=K.(\lambda_{Na^+}\times[Na^+]+\lambda_{HO^-}\times[HO^-]+\lambda_{HCOO^-}\times[HCOO^-])$

وباعتماد الجدول الوصفي تكتب تراكيز الأيونات المتواجدة في الخليط عند لحظة t (الحالة الوسيطية):

$$[HO^-]=\frac{n(HO^-)}{V}=\frac{2.10^{-3}-x}{V} \quad \text{و} \quad [HCOO^-]=\frac{n(HCOO^-)}{V}=\frac{x}{V}$$

أيونات الصوديوم لم تتدخل في هذا التفاعل: $[Na^+]=\frac{n(Na^+)}{V}=\frac{C_BV}{V}=C_B$

مما سبق تكتب المواصلة على الشكل: $G=K\left(\lambda_{Na^+}.C_B+\lambda_{HO^-}\frac{2.10^{-3}-x}{V}+\lambda_{HCOO^-}\frac{x}{V}\right)$

نعوض في هذا التعبير $V=2.10^{-4}\ m^3$ و $C_B=10\,mol.m^{-3}$ ، وقيم λ_X:

$$G=0,01\left(5,01.10^{-3}\times10+19,9.10^{-3}\times\frac{2.10^{-3}-x}{2.10^{-4}}+5,46.10^{-3}\times\frac{x}{2.10^{-4}}\right)$$
$$=-0,72.x+2,5.10^{-3}$$

-1-4

تعليل تناقص الموصلية أثناء التفاعل:

أثناء التفاعل، تختفي الأيونات $HO^-_{(aq)}$ ، وتحل محلها الأيونات الناتجة $HCOO^-_{(aq)}$ ذات موصلية مولية أيونية أقل، أي:

$$\lambda_{HCOO^-}=5,46.10^{-3}\ S.m^2.mol^{-1}<\lambda_{HO^-}=19,9.10^{-3}\ S.m^2.mol^{-1}$$

-1-5

إيجاد $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل:

حسب تعريف زمن نصف التفاعل: $x(t_{1/2})=\frac{x_m}{2}$ ، وحسب الجدول الوصفي $x_m=2.10^{-3}\ mol$ ، ومنه: $x(t_{1/2})=10^{-3}\ mol$

نعوض في تعبير المواصلة: $\underset{(S)}{G}=-0,72.\underset{(mol)}{x}+2,5.10^{-3}$ ، أي:

$$G(t_{1/2})=-0,72.x(t_{1/2})+2,5.10^{-3}$$
$$=-0,72\times10^{-3}+2,5.10^{-3}$$
$$=1,78.10^{-3}\ S=1,78\ mS$$

وباستغلال المبيان، نجد: $t_{1/2}\approx12\,mn$

-2-1

تحديد المعاملين a و b:

عند أحد الإلكترودين يحدث تحول ينمذج بالمعادلة الكيميائية التالية:

$$CH_3OH + H_2O \xrightarrow{} CO_2 + a.H^+ + b.e^-$$

بتطبيق انحفاظ عنصر الهيدروجين H، نجد $a=6$ ، والتعادل الكهربائي للشحن يستلزم $b=6$

-2-2

يحدث هذا التحول عند الإلكترود A، لأن منحى الإلكترونات في الدارة الخارجية (الشكل2) من A نحو B (عكس منحى التيار الكهربائي المبيّن على نفس الشكل)، ولأن النوع الكيميائي CH_3OH هو الذي يفقد هذه الإلكترونات(المعادلة الكيميائية).

-2-3

المعادلة المنمذجة للتحول الحاصل عند الإلكترود الآخر:

$$O_2 + 4.H^+ + 4.e^- \rightarrow 2H_2O$$

الإلكترود A هي الأنود (يقع بجوارها الأكسدة) ، و الإلكترود B هي الكاثود (يقع بجوارها الاختزال)

-2-4

إيجاد V حجم الميثانول المستهلك خلال المدة الزمنية $\Delta t = 1h30min$:

الجدول الوصفي للتحول عند الأنود، باعتبار عدد الإلكترونات المتبادل بين المختزل والمؤكسد:

معادلة التفاعل	$2CH_3OH + 2H_2O \rightarrow 2CO_2 + 12.H^+ + 12.e^-$					
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة (mol)				كمية مادة الإلكترونات المتبادلة
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	n_i'	n_i	0
حالة وسيطية	$x(1h30min)=x_1$	x_1	x_1	$n_i'-2.x_1$	$n_i-2.x_1$	$12.x_1$

كمية مادة الإلكترونات المتبادلة: $n(e^-)=12.x_1$ و $n(e^-)=\frac{I.\Delta t}{F}$، ومنه: $x_1=\frac{I.\Delta t}{12.F}$.

تغير كمية مادة الميثانول هي: $\Delta n(CH_3OH)=n(CH_3OH)_{t=1h30min}-n(CH_3OH)_{t=0}$

وحسب الجدول الوصفي:

$$\Delta n(CH_3OH)=(n_i-2.x_1)-n_i$$
$$=-2.x_1$$
$$=-\frac{I.\Delta t}{6.F} \quad (1)$$

ونعلم أن:

$$\Delta n(CH_3OH)=\frac{\Delta m(CH_3OH)}{M(CH_3OH)}=\frac{\rho.\Delta V(CH_3OH)}{M(CH_3OH)} \quad (2)$$

ومن العلاقتين (1)و(2)، نستنتج:

$$\Delta V(CH_3OH)=-\frac{M(CH_3OH).I.\Delta t}{6.\rho.F}$$
$$=-\frac{32\times 45.10^{-3}\times 5400}{6\times 0,79\times 96500}$$
$$=-0,017\ cm^3$$

فيكون حجم الميثانول المستهلك هو: $V = 0,017\ cm^3$

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين الأول (6 نقطة)

1. تعبير التسارع

بتطبيق القانون 2 لنيوتن نجد $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ومنه $\vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$ الإسقاط على منحى الحركية نجد:

$a = g.\sin\theta$ الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام

2. اللحظة التى تصل فيها الكرية إلى النقطة B

- المعادلة الزمنية لسرعة مركز القصور

$V = at + V_0$ الجسم انطلق عند $t = 0s$ بدون سرعة بدئية ومنه $V(t) = g.\sin\theta.t$ اذن $V(t) = 5.t$

- المعادلات الزمنية لأفصول مركز القصور x $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\theta.t^2+V_A+X_A$ الجسم انطلق t = 0s عند بدون سرعة بدئية ومن أصل المعلم نجد: $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\theta.t^2$

إستغلال المعادلات الزمنية

السرعة عند النقطة B اللحظة $V(t_B)=5.t_B$ ومنه $t_B=\frac{V(t_B)}{5}=1{,}414s$

المسافة AB لدينا $x(t)=\frac{1}{2}g\sin\theta.t^2$ ومنه: $AB=\frac{1}{2}g\sin\theta.t_B^2=5m$

3. دراسة حركة قديفة في مجال الثقالة

3-1. إحداثيات متجهة التسارع

بتطبيق القانون 2 لنيوتن نجد: $\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}$

تخضع القديفة في مجال الثقالة إلى وزنها و منه: $\vec{P}=m\vec{a}$ وبالتالي: $m\vec{g}=m\vec{a}$ ادن: $\vec{g}=\vec{a}$

- الإسقاط على المحور $(C;\vec{\imath})$ نجد: $a_x=0$
- الإسقاط على المحور $(C;\vec{\jmath})$ نجد: $a_y=-g$

3-2. معادلة المسار

تعلم أن: $\vec{V_C}=V_x\vec{\imath}+V_y\vec{\jmath}$ من خلال الشكل: $\begin{cases}V_{xC}=V_C\cos\theta\\ V_{yC}=V_C\sin\theta\end{cases}$

- $a_x=0$ الحركة مستقيمية منتظمة على المحور $(C;\vec{\imath})$ ادن: $x(t)=V_{xC}t+x_C$ وبالتالي: $x(t)=V_C\sin\theta.t+x_C$

القذيفة انطلقت من أصل المعلم $x_C=0$ ومنه: $x(t)=V_C\cos\theta.t$

- $a_y=g$ الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام على المحور $(C;\vec{\jmath})$ ادن:

$$y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_{yC}t+y_C$$

ومنه: $y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_C\sin\theta.t+y_C$ القذيفة انطلقت من أصل المعلم $y_C=0$

ادن: المعادلات الزمنية

$$\begin{cases}x(t)=V_C\cos\theta.t\\ y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_C\sin\theta.t\end{cases}$$

باقصاء الزمن بين المعادلة الزمنيتين

لدينا $x(t)=V_C\cos\alpha.t$ ومنه: $t=\frac{x}{V_C\cos\alpha}$ نعوض الزمن في المعادلة: $y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+V_C\sin\theta.t$

فنجد: $y(t)=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_C\cos\theta}\right)^2+V_C\sin\theta.\frac{x}{V_C\cos\theta}$ ومنه

$$y=-\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{V_C\cos\theta}\right)^2x^2+\tan\theta.x$$

3-3. لدينا $y_N=-\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{V_C\cos\theta}\right)^2x_N^2+\tan\theta.x_N$ نعوض $x_N=2{,}16$ نجد: $y_N=0{,}62m>h$

ادن الكرية تتجاوز الحاجز

3-4. المسافة CM

عند سقوط الكرية عند النقطة M لدينا $y_M=0$ ادن حسب معادلة المسار نجد:

$$y_M=\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{V_C\cos\theta}\right)^2x_M^2+\tan\theta.x_M=0$$

وبالتالي نجد:

$$\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{V_C\cos\theta}\right)^2x_M^2+\tan\theta.x_M=0$$

$x_M\left[\frac{1}{2}g\left(\frac{1}{V_C\cos\theta}\right)^2x_M+\tan\theta\right]=0$ ومنه نجد $x_M=0$ أو $x_M=4{,}21m$

التمرين الثاني (11 نقطة)

1- الدراسة التجريبية:

1- 1- طبيعة التذبذبات : حرة مخمدة و النظام المحصل عليه شبه دوري .

1- 2- حساب قيمة شبه الدور T للتذبذبات

من المبيان نلاحظ : $6T=3.78\,s$ و منه $T=0.63\,s$

1- 3- قيمة الأفصول x :

في اللحظة $t_0=0$ ، $x_0=3\,cm$

في اللحظة $t_1 = T$ ، $x_1 = 2.8\,cm$

في اللحظة $t_2 = 5\,T$ ، $x_2 = 2.5\,cm$

2- الدراسة الطاقية

2-1- كتابة عبارة الطاقة الكلية للمجموعة (نابض - جسم S) بدلالة m ، k ، x ، v

الطاقة الكلية للمجموعة (نابض - جسم S) هي مجموع طاقتيها الحركية و المرنة، أي:

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

2-2- حساب طاقة المجموعة عند اللحظات السابقة

نلاحظ أنه في هذه اللحظات تكون x قصوية و بالتالي $v = 0$ و منه $E_T = \frac{1}{2} k \cdot x^2_{max}$

في اللحظة $t_0 = 0$ ، $x_0 = 3\,cm$ و منه $E_T = \frac{1}{2} 40 \times \left(3 \times 10^{-2}\right)^2 = 18 \times 10^{-3}\,J$

في اللحظة $t_1 = T$ ، $x_1 = 2.8\,cm$ و منه $E_T = \frac{1}{2} 40 \times \left(2.8 \times 10^{-2}\right)^2 = 15.68 \times 10^{-3}\,J$

في اللحظة $t_2 = 5\,T$ ، $x_2 = 2.5\,cm$ و منه $E_T = \frac{1}{2} 40 \times \left(2.5 \times 10^{-2}\right)^2 = 12.5 \times 10^{-3}\,J$

2-3- نلاحظ أن قيمة الطاقة تتناقص مع الزمن و ذلك بسبب وجود قوى الاحتكاك .

2-4- حساب سرعة مرور الجسم لأول مرة من وضع التوازن

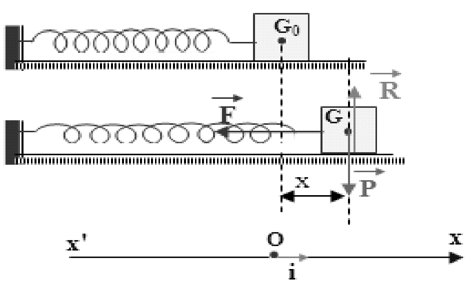
نلاحظ من البيان أن أول مرور بوضع التوازن يكون في الاتجاه السالب ومنه السرعة قصوية و سالبة.

و بما أن مقدار تناقص الطاقة خلال زمن قصير يكون صغيرا جدا لذا يمكن اعتبار الطاقة ثابتة خلال هذه المدة

ومنه: $E_{T(max)} = \frac{1}{2} m \cdot v^2_{max}$ ت. ع : $v^2_{max} = \frac{2\,E_{T(max)}}{m} \Rightarrow v_{max} = -\sqrt{\frac{2\,E_{T(max)}}{m}} = -\ 0.17\,m \cdot s^{-1}$

3- الدراسة النظرية: (نهمل الاحتكاك)

3-1- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم S في لحظة ما.



3-2- المعادلة التفاضلية للحركة

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على المجموعة (جسم) ينتج :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

بالإسقاط الجبري على المحور $(x'\,O\,x)$ نجد :

$$-F_x = m \cdot a_G \quad \Rightarrow \quad -k \cdot x = m \cdot a_G$$

لدينا $a_G = \frac{d^2x}{dt^2}$ و منه نجد : $m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0$ و هي المعادلة التفاضلية المطلوبة .

3-3- التعبير عن ω_0 و T_0 بدلالة m ، k

لدينا : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ و منه $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

* نبين أن $x(t) = X_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -X_m \cdot \omega_0^2 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

بالتعويض في العادلة التفاضلية نجد : $-m \cdot X_m \cdot \omega_0^2 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi) + k \cdot X_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi) = 0$

لدينا : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ، بالتعويض نجد : $-m \cdot X_m \cdot \frac{k}{m} \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi) + k \cdot X_m \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi) = 0 \Rightarrow 0 = 0$

و بالتالي هذه المعادلة الزمنية هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

3-4- نبين أن عبارة شبه الدور T_0 متجانسة مع الزمن

$$[T_0] = \sqrt{\frac{[m]}{[k]}} \quad \Rightarrow \quad [T_0] = \sqrt{\frac{(kg)}{(N/m)}} = \sqrt{\frac{(kg)}{(kg \cdot m \cdot s^{-2}/m)}} = (s)$$

3- 5- حساب قيمة T_0

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{40}} = 0.628\ s$

* مقارنة القيمتين

$T = 0.63\ s$ و $T_0 = 0.628\ s$ ، القيمتان متقاربتان .

* الدقة في القياس $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T - T_0}{T_0} \approx 6.67 \times 10^{-3}$

ومنه دقة القياس هي : 2%.

4- دراسة المجموعة (جسم S – نابضين)

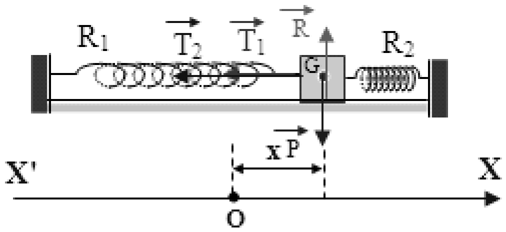
4- 1- إيجاد المعادلة التفاضلية للمجموعة المتذبذبة

المجموعة المدروسة هي الجسم (S).

ندرس الحركة في مرجع مرتبط بالأرض غاليلي

القوى المؤثرة على الجملة كما في الشكل .

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة في وضع كيفي نجد :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T_1} + \vec{T_2} = m \cdot \vec{a}_G$$

بالإسقاط الجبري على المحور $(X'OX)$ نجد: $-k_1 \cdot x - k_2 \cdot x = m \cdot a_G \Rightarrow -T_1 - T_2 = m \cdot a_G$

و منه : $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k_1 + k_2}{m} \cdot x$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية بالنسبة لـ x .

4- 2- عبارة الدور:

لدينا : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ و $\omega_0^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$ و منه : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

تطبيق عددي : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{40+50}} \approx 0.42\ s$

4- 3- كتابة المعادلة الزمنية لحركته $x = f(t)$

المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حل من الشكل $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث : $X_m = 2\ cm$ و $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \approx 15\ rad/s$

و لدينا : $\frac{dx(t)}{dt} = v(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

عند اللحظة $t_0 = 0$ يمر الجسم (S) من موضع التوازن في الاتجاه الموجب و منه

$$0 = X_m \cos(\varphi)$$
$$-X_m \omega_0 \sin(\varphi) > 0$$

أي أن :

$\cos\varphi = 0$ و $\sin\varphi < 0$ إذن : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

ومنه : $x(t) = 2\cos(15\,t - \frac{\pi}{2})\quad (cm)$

4- 4- حساب السرعة عند اللحظة $t_0 = 0$:

$$v(0) = -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = -2 \times 15 \sin(-\frac{\pi}{2}) = 30\ cm/s$$

في اللحظة $t = \frac{T_0}{4}$ يكون $x(\frac{T_0}{4}) = +X_m$ و منه $v(\frac{T_0}{4}) = 0$

في اللحظة $t = \frac{T_0}{2}$ يكون $x(\frac{T_0}{4}) = 0$ و متجها في الاتجاه السالب و منه $v(\frac{T_0}{4}) = -30\ cm/s$